

الضرب المتكرر

نعلم أن :

حيث : 3 تكررت 4 مرات في عملية الضرب $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = (3)^4$
، وتقرأ " 3 أس 4 " ،

ملاحظة :

بينما $81 = (3-)^4$ $27 = (3-)^3$ أي أن : $(-س) = (س)$ إذا كان $م$ عدداً صحيحاً زوجياً
، $(-س) = -(س)$ إذا كان $م$ عدداً صحيحاً فردياً ،

تدريب : اكمل الجدول الآتى :

الأسس " القوى " غير السالبة									العدد = س
س ^{١٠}	س ^٩	س ^٨	س ^٧	س ^٦	س ^٥	س ^٤	س ^٣	س ^٢	
١٠٢٤			١٢٨			١٦		٤	٢
	٥١٢ -						٨ -		٢ -
						٨١			٣
					٢٤٣ -				٣ -
			٤٠٩٦						٤
									٤ -
									٥
									٥ -
									٦
									٦ -
									٧
									٧ -
									٨
									٨ -
									٩
									٩ -
									١٠
									١٠ -

إذا كان : $\frac{p}{b}$ عدداً نسبياً ، n عدداً صحيحاً موجباً فإن :

$$\left(\frac{p}{b}\right)^n = \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} \times \frac{p}{b} \times \frac{p}{b}$$

، ويقرأ $\frac{p}{b}$ أس n أو القوة النونية للعدد $\frac{p}{b}$ أى أن : $\left(\frac{p}{b}\right)^n = \frac{p}{b}$
ملاحظة : $\left(\frac{p}{b}\right)^0 = 1$ حيث : $1 \neq 0$

ملاحظة :

تدريب : أكمل ما يأتي

- (١) $\dots\dots = {}^3\left(\frac{1}{5}\right)$
- (٢) $\dots\dots = {}^4\left(1\frac{1}{7}\right)$
- (٣) $\dots\dots = {}^3(٠.٥)$
- (٤) $\dots\dots = {}^4(٠.٥)$
- (٥) $\dots\dots = {}^4(|٣-|)$
- (٦) $\dots\dots = \frac{9}{4} \times {}^6\left(\frac{2}{3}\right)$
- (٧) $\dots\dots = {}^4\left(\frac{2}{5}\right) \times {}^6\left(\frac{5}{4}-\right)$
- (٨) $\dots\dots = \text{صفر} \left(\frac{1}{5}\right) \times {}^2\left(\frac{5}{6}-\right) \times {}^6\left(\frac{2}{5}-\right)$
- (٩) $\dots\dots = {}^4\left(\frac{1}{7}-\right) \div {}^3\left(\frac{1}{7}-\right) \times {}^6\left(\frac{1}{7}\right)$
- (١٠) ${}^2(\dots\dots) = 6\frac{1}{4}$
- (١١) ${}^3(\dots\dots) = 3\frac{3}{8}$
- (١٢) إذا كانت : س = $\frac{1}{7}$ ، ص = $\frac{1}{4}$ ، ع = ٤ فإن أبسط صورة :
- $\dots\dots = {}^3\text{ع} \times {}^3(\text{ص} + \text{س})$

القوى الصحيحة غير السالبة

نعلم أن :

$$\left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) = {}^5\left(\frac{1}{7}\right)$$

$$\left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) = {}^3\left(\frac{1}{7}\right) ،$$

و بالتالي فإن :

$$\left[\left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right)\right] \times \left[\left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right)\right] = {}^3\left(\frac{1}{7}\right) \times {}^5\left(\frac{1}{7}\right) \quad (١)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{7}\right) = {}^8\left(\frac{1}{7}\right) = \\ & {}^{3+5}\left(\frac{1}{7}\right) = {}^8\left(\frac{1}{7}\right) = \\ & {}^{3-5}\left(\frac{1}{7}\right) = {}^2\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{\left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right)}{\left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right) \times \left(\frac{1}{7}\right)} = {}^3\left(\frac{1}{7}\right) \div {}^5\left(\frac{1}{7}\right) \quad (٢) \end{aligned}$$

" راجع (١) "

$${}^{5+5+5}\left(\frac{1}{7}\right) = {}^5\left(\frac{1}{7}\right) \times {}^5\left(\frac{1}{7}\right) \times {}^5\left(\frac{1}{7}\right) = {}^3\left({}^5\left(\frac{1}{7}\right)\right) \quad (٣)$$

$${}^{3 \times 5}\left(\frac{1}{7}\right) = {}^{15}\left(\frac{1}{7}\right) =$$

قوانين القوى الصحيحة غير السالبة :

إذا كان : $\frac{p}{b}$ عدداً نسبياً ، n ، m عددين صحيحين غير سالبين فإن :

$$\left(\frac{p}{b}\right)^{m+n} = \left(\frac{p}{b}\right)^m \times \left(\frac{p}{b}\right)^n \quad (1)$$

" عند ضرب الأساسات المتحددة نجمع الأسس "

$$\left(\frac{p}{b}\right)^{m-n} = \left(\frac{p}{b}\right)^m \div \left(\frac{p}{b}\right)^n \quad (2)$$

" حيث $n \leq m$ "

" عند قسمة الأساسات المتحددة نطرح الأسس "

$$\left(\frac{p}{b}\right)^{m \times n} = \left(\left(\frac{p}{b}\right)^n\right)^m \quad (3)$$

ملاحظات :

إذا كان : $\frac{s}{v}$ ، $\frac{r}{e}$ عددين نسبيين ، n عدد صحيح غير سالب فإن :

$$\left(\frac{r}{e}\right)^n \times \left(\frac{s}{v}\right)^n = \left(\frac{r}{e} \times \frac{s}{v}\right)^n *$$

$$\left(\frac{r}{e}\right)^n \div \left(\frac{s}{v}\right)^n = \left(\frac{r}{e} \div \frac{s}{v}\right)^n *$$

حيث $\frac{r}{e} \neq 0$ صفر

تدريب : أكمل ما يأتى

$$\dots = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 \quad (1)$$

$$\dots = \left(\frac{1}{7}\right)^2 \div \left(\frac{1}{7}\right)^3 \quad (2)$$

$$\dots = \left(\frac{3}{7}\right)^2 \div \left(\frac{3}{7}\right)^3 \times \left(\frac{3}{7}\right)^4 \quad (3)$$

$$\dots = \left(\frac{2}{7}\right)^4 \quad (4)$$

$$\dots = \left(\frac{1}{7}\right)^2 \div \left(\frac{1}{7}\right)^3 \quad (5)$$

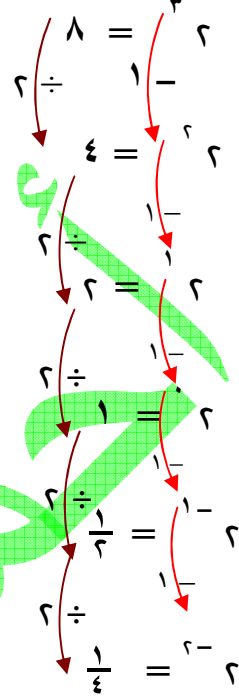
$$\dots = \left(\frac{5 \times 5}{16}\right)^2 \quad (6)$$

$$(7) \text{ إذا كانت : } s = \frac{1}{7} , \quad v = -\frac{3}{4} , \quad e = \frac{2}{6} \text{ فأوجد فى أبسط صورة :}$$

$$\left(s \div v\right)^e$$

القوى الصحيحة السالبة

لاحظ ما يلي :



$$\frac{1}{2} = 2^{-1} \quad \text{أى أن : } 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} = 2^{-2} \quad \text{أى أن : } 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

وعلى هذا فإن : إذا كان : س عدداً نسبياً لا يساوى الصفر ، ن عدداً صحيحاً موجباً

$$\text{فإن : } 2^{-س} = \frac{1}{2^س} \quad ، \quad \frac{1}{2^{-س}} = 2^س$$

تدريب : أكمل الجدول التالي :

الأسس " القوى " السالبة									العدد = س
س ^{-٩}	س ^{-٨}	س ^{-٧}	س ^{-٦}	س ^{-٥}	س ^{-٤}	س ^{-٣}	س ^{-٢}	س ^{-١}	
					$\frac{1}{١٦}$	$\frac{1}{٨}$	$\frac{1}{٤}$	$\frac{1}{٢}$	٢
					$\frac{1}{٨١}$			$\frac{1}{٣}$	٣
							$\frac{1}{١٦}$	$\frac{1}{٤}$	٤
								$\frac{1}{٥}$	٥
									٦
									٧
									٨
									٩
								$\frac{1}{١٠}$	١٠

ملاحظات :

إذا كان : س عدداً نسبياً لا يساوي الصفر ، n عدداً صحيحاً موجباً فإن :

$$(1) \text{ س }^n \times \text{ س }^{-n} = 1 \text{ "المحايد الضربي"}$$

أي أن : كل من س^n ، س^{-n} هو المعكوس الضربي للآخر

(2) إذا كان س ، ص عددين صحيحين لا يساويان الصفر ، n عدداً صحيحاً موجباً فإن :

$$\left(\frac{\text{ص}}{\text{س}}\right)^n = \frac{\text{ص}^n}{\text{س}^n} \text{ فمثلاً : } \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

(3) جميع قوانين للقوى الصحيحة غير السالبة صحيحة في حالة الصحيحة السالبة

تدريب : أكمل ما يأتي

$$(1) \dots\dots\dots = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$$

$$(2) \dots\dots\dots = \left(\frac{3}{7}\right)^{-2}$$

$$(3) \dots\dots\dots = \left(\frac{3}{1}\right)^{-1}$$

$$(4) \dots\dots\dots = \text{س}^0 \times \text{س}^{-2} \times \text{س}^{-3}$$

$$(5) \dots\dots\dots = \left(\frac{\text{ص}^0 \times \text{ص}^2}{\text{س}^3}\right)$$

$$(6) \dots\dots\dots = \left(\frac{\text{س}^2}{\text{س}^3}\right) \div \left(\frac{\text{س}^1}{\text{س}^1}\right)$$

$$(7) \dots\dots\dots = \text{س}^{-2} \left(\text{س}^1 + \text{س}^1\right)$$

تمارين

١ - أكمل ما يأتي :

$$(1) \dots\dots\dots = \text{س}^5 \text{ صفر}$$

$$(2) \dots\dots\dots = \left(\text{س}^5\right) \text{ صفر}$$

$$(3) \left(\dots\dots\dots\right)^3 = \frac{27}{8}$$

$$(4) \left(\dots\dots\dots\right)^3 = \frac{64}{125}$$

$$(5) \left(\dots\dots\dots\right)^3 = 15 \frac{5}{8}$$

$$(6) \left(\dots\dots\dots\right)^2 = 0.49$$

$$(7) \dots\dots\dots = \frac{\text{س}}{\text{ص}} - \frac{\text{س}}{\text{ع}} \text{ فإن } \left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^3 = \dots\dots\dots$$

$$(8) \text{ إذا كان : س} = 3 \text{ ، ص} = 5 \text{ فإن : } \left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{\text{ص}} = \dots$$

$$(9) \text{ إذا كان س} = \frac{1}{3} \text{ ، ص} = \frac{2}{3} \text{ فإن : س}^{\text{ص}} = \dots$$

$$(10) \dots = \text{صفر}^{\text{صفر}}$$

$$(11) \dots = \left(\frac{1}{3}\right)^{\text{صفر}}$$

$$(12) \dots = \left(\frac{1}{3}\right)^{\text{صفر}} + 2 - (2)^{\text{صفر}}$$

$$(13) \dots = 1 + \text{صفر}^{\text{صفر}} = \text{صفر}^{\text{صفر}} + \text{صفر}^{\text{صفر}} \text{ حيث } \text{صفر} \neq 0$$

٢ - أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$(1) \dots = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \text{ صفر}$$

$$(2) \dots = \frac{1}{4} \text{ (ب) } \frac{3}{4} \text{ (د) } \frac{5}{4} \text{ (ع) } \frac{1}{4}$$

$$(3) \dots = \left(\frac{2}{5}\right)^{\text{صفر}}$$

$$(4) \dots = \frac{5}{6} \text{ (ب) } - \frac{2}{5} \text{ (د) } 1 \text{ (ع) صفر}$$

$$(5) \dots = (1 - 1)^{\text{صفر}}$$

$$(6) \dots = \frac{1}{2} \text{ (ب) } (1 - 1)^{\text{صفر}} \text{ (د) } 1^{\text{صفر}} \text{ (ع) } 1$$

$$(7) \dots = \text{صفر}^{\text{صفر}} \text{ (ب) } (3 - 3)^{\text{صفر}} \text{ (د) } 3 \text{ (ع) صفر}$$

$$(8) \dots = 1 \text{ (ب) } 1 - 1 \text{ (د) } 3 \text{ (ع) صفر}$$

$$(9) \dots = \left(\frac{2}{5}\right)^{\text{صفر}}$$

$$(10) \dots = \frac{4}{5} \text{ (ب) } - \frac{4}{5} \text{ (د) } \frac{25}{4} \text{ (ع) } - \frac{25}{4}$$

$$(11) \dots = \text{س} - \text{ص} \text{ (ب) } \left(\frac{3}{5}\right)^{\text{ص}} \text{ (د) } \text{ص} - \text{س}$$

$$(12) \dots = \frac{3}{5} \text{ (ب) } \frac{5}{4} \text{ (د) } 1 \text{ (ع) صفر}$$

$$(13) \dots = \text{س} = 3 \text{ ، ص} = \frac{1}{3} \text{ فإن : س}^{\text{ص}} = \dots$$

$$(14) \dots = \frac{1}{8} \text{ (ب) } - \frac{1}{8} \text{ (د) } \frac{1}{4} \text{ (ع) } - \frac{1}{4}$$

$$(15) \dots = \text{س} = \frac{1}{3} \text{ ، ص} = \frac{3}{8} \text{ فإن : س}^{\text{ص}} + \text{ص} = \dots$$

$$(16) \dots = 1 \text{ (ب) } \frac{1}{4} \text{ (د) } \frac{1}{16} \text{ (ع) } \frac{1}{16}$$

$$(9) \quad \dots = {}^2 5 + {}^2 5$$

$$(10) \quad (أ) \quad {}^2 10 \quad (ب) \quad {}^4 10 \quad (ج) \quad {}^4 5 \quad (د) \quad {}^6 5$$

$$\dots = {}^1 3 + {}^1 3 + {}^1 3$$

$$(11) \quad (أ) \quad {}^1 3 \quad (ب) \quad {}^2 3 \quad (ج) \quad {}^1 9 \quad (د) \quad {}^3 3$$

$$(11) \quad \dots = {}^1 3 \text{ ثلث العدد}$$

$$(12) \quad (أ) \quad {}^1 3 \quad (ب) \quad {}^9 3 \quad (ج) \quad {}^5 9 \quad (د) \quad {}^3 3$$

$$(12) \quad \dots = \text{إذا كان } p = 1 \text{ فإن } \frac{p}{3} = \dots$$

$$(13) \quad (أ) \quad {}^2 3 - \frac{2}{3} \quad (ب) \quad {}^2 3 \quad (ج) \quad {}^2 3 - \frac{2}{3} \quad (د) \quad 1$$

$$(13) \quad \dots = \text{إذا كان } p = 7 \text{ ، } b = 7 - p \text{ فإن } p \times b = \dots$$

$$(14) \quad (أ) \quad 1 \quad (ب) \quad {}^2 7 \quad (ج) \quad \text{صفر} \quad (د) \quad {}^2 49$$

$$(14) \quad \dots = \text{إذا كان } p = 2 \text{ ، } m = 3 - p \text{ فإن } p = \dots$$

$$(15) \quad (أ) \quad 1 \quad (ب) \quad \frac{2}{3} \quad (ج) \quad 1 - \frac{2}{3} \quad (د) \quad 1$$

$$(15) \quad \dots = \frac{ص}{س} \text{ إذا كان } s = 1 \text{ فإن } \frac{1}{s} = \dots$$

$$(16) \quad (أ) \quad 1 \quad (ب) \quad \frac{1}{6} \quad (ج) \quad 2 \quad (د) \quad \frac{1}{6} - \frac{1}{6}$$

٣ - أحسب كلاً مما يأتي مع وضع الناتج في أبسط صورة :

$$(1) \quad (0.6)^6$$

$$(2) \quad (1 - \frac{2}{3})^6$$

$$(3) \quad (\frac{1}{7})^3 \times (\frac{1}{7}) \times (\frac{1}{7})$$

$$(4) \quad (1 - \frac{2}{5}) \times [(\frac{3}{4})^2 + (\frac{1}{7})^4]$$

$$(5) \quad \frac{4}{5} \times (\frac{4}{5})^6 \div (\frac{4}{5})^8$$

$$(6) \quad \frac{{}^2 2 \times {}^2 2}{{}^4 2 \times {}^3 2}$$

$$(7) \quad \frac{{}^5 3 \times {}^4 3}{{}^6 3}$$

$$(8) \quad \frac{{}^4 2 \times {}^6 (2-)}{{}^2 2 \times {}^3 (2-)}$$

$$(9) \quad \frac{{}^7 ({}^2 ص {}^3 ص)}{{}^6 ({}^2 ص {}^2 ص)}$$

$$(10) \quad (1 \frac{1}{3}) \div (1 \frac{2}{9})$$

$$(11) \quad (\frac{5}{3}) \times (\frac{3}{5})$$

$$(12) \quad \frac{5 \times 5}{3 \times 5}$$

$$(13) \quad (\frac{3 \times 4}{4 - 4})$$

٤ - إذا كان : س = $\frac{3}{4}$ ، ص = $\frac{1}{3}$ أوجد قيمة : س + ص

٥ - إذا كان : س = $\frac{1}{3}$ ، ص = $\frac{4}{3}$ أوجد قيمة : |س + ص|

٦ - أوجد مساحة المربع الذي طول ضلعه $\frac{3}{5}$ سم

٧ - أوجد حجم المكعب الذي طول حرفه $\frac{4}{7}$ سم

٨ - إذا كان : س = $\frac{9}{4}$ ، ص = $\frac{3}{4}$ أثبت أن : $(\frac{س}{ص})^3 \div (\frac{ص}{س})^2 = 27$

٩ - إذا كان أربعة أمثال عدد هو ٤ أوجد : $\frac{3}{4}$ هذا العدد

١٠ - إذا كان : س = $\frac{1}{5}$ ، ص = ٥ أوجد قيمة : س + ص

١١ - إذا كان : س = ٤ ، ص = $\frac{1}{4}$ أوجد قيمة : س + ص

١٢ - أثبت أن : $3 + 3 = 3$ يقبل القسمة على ٤

١٣ - أثبت أن : $5^{س+٢} - 5^{س+١} = 5 \times ٢٠$

١٤ - إذا كان : $3 = ٢^٢$ أوجد قيمة : $٢^{١+٢}$ ، $٢^٤$ ، $٢^{-٤}$ ، $٢^{١-٢}$

١٥ - أختصر لأبسط صورة : $\frac{٣ \times ١٠}{١٢}$

١٦ - أختصر لأبسط صورة : $\frac{٢^{-٤} \times ١+٢}{١+٢ \times ٣} \times ٢$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما $٢ = ٣$

الصورة القياسية للعدد

الصورة القياسية للعدد :

هي طريقة تسهل التعامل مع الأعداد الكبيرة جداً أو الأعداد الصغيرة جداً
وتساعد في إجراء العمليات الحسابية لهذه الأعداد

وهذه الصورة هي : 1.0×10^p ، $1 \leq |p| \leq 10$ ، $1.0 \in \mathbb{R}$

ملاحظة : p عدد محصور بين 10 ، 1 ، 1.0 ، عدد يعبر عن قوى العدد 10
قوى العدد 10 :

وهكذا	$1.000 = 1.0 \times 10^3$	$1.00 = 1.0 \times 10^2$	$1.0 = 1.0 \times 10^1$
	$0.001 = \frac{1}{1000} = 1.0 \times 10^{-3}$	$0.01 = \frac{1}{100} = 1.0 \times 10^{-2}$	$0.1 = \frac{1}{10} = 1.0 \times 10^{-1}$

أمثلة :

(1) ضع العدد 7300000000 على الصورة القياسية

لاحظ : يجب أن تتحرك العلامة العشرية 9 خانات لليسار لذا نضرب 10^9

أي أن : $7300000000 = 7.3 \times 10^9$

(2) ضع العدد 0.000000046 على الصورة القياسية

لاحظ : يجب أن تتحرك العلامة العشرية 7 خانات لليمين لذا نضرب 10^{-7}

أي أن : $0.000000046 = 4.6 \times 10^{-7}$

تدريب :

(1) ضع العدد 650000000 على الصورة القياسية

لاحظ : يجب أن تتحرك العلامة العشرية 8 خانات لليسار لذا نضرب 10^8

أي أن : $650000000 = 6.5 \times 10^8$

(2) ضع العدد 0.000000135 على الصورة القياسية

لاحظ : يجب أن تتحرك العلامة العشرية 6 خانات لليمين لذا نضرب 10^{-6}

أي أن : $0.000000135 = 1.35 \times 10^{-6}$

(3) ضع العدد 0.345 على الصورة القياسية

(4) ضع العدد 25 على الصورة القياسية

(٥) أوجد الناتج على الصورة القياسية : $(10 \times 8) \times (10 \times 4.5)$

$$(10 \times 8) \times (10 \times 4.5) = (10 \times 8) \times (10 \times 4.5)$$

$$10 \times 3.6 = 10 \times 36 =$$

(٦) أوجد الناتج على الصورة القياسية : $(10 \times 3) \times (10 \times 6.6)$

$$(10 \times 3) \times (10 \times 6.6) = (10 \times 3) \times (10 \times 6.6)$$

$$10 \times 1.98 = 10 \times 19.8 =$$

(٧) أوجد الناتج على الصورة القياسية : $(10 \times 1.6) \div (10 \times 4.8)$

$$(10 \times 1.6) \div (10 \times 4.8) = (10 \times 1.6) \div (10 \times 4.8)$$

$$10 \times 0.333 = 10 \times 0.333 =$$

(٨) أوجد الناتج على الصورة القياسية : $(60000) \times (200000)$

$$= (60000) \times (200000)$$

(٩) أوجد الناتج على الصورة القياسية : $(0.005) \times (150000)$

$$= (0.005) \times (150000)$$

(١٠) أوجد الناتج على الصورة القياسية : (40000)

$$= (40000)$$

تمارين

١ - أكتب الأعداد الآتية فى الصورة القياسية :

(١) ٩٧٠٠٠٠٠٠٠

(٢) ٠٠٠٠٠٠٠٠٠١٣٤

(٣) ٣١٤.٥٠٠١١٦٦

(٤) ٦ مليون

(٥) 10×33.4

(٦) $10 \times 7.3.5$

(٧) 10×96

(٨) 10×78

(٩) 10×7732

٢ - أختَر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

$$(1) \quad 10 \times 3.04 = \dots\dots\dots$$

(أ) 340000 (ب) 3040000 (ج) 30400000 (د) 34000000

$$(2) \quad 10 \times 5.37 = \dots\dots\dots$$

(أ) 0.000534 (ب) 0.000537 (ج) 53700 (د) 0.0000537

(3) إذا كان: $10 \times 8.9 = 0.00089$ فإن: ص =

(أ) 10^{-1} (ب) 10^{-3} (ج) 10^{-4} (د) 10^{-5}

(4) إذا كان: $10 \times \text{س} = 0.00503$ فإن: س =

(أ) 5.03 (ب) 0.00503 (ج) 50.3 (د) 0.503

$$(5) \quad 10 \times 600 = \dots\dots\dots$$

(أ) $10^2 \times 300$ (ب) $10^5 \times 30$ (ج) $10^5 \times 3$ (د) $10^3 \times 30$

$$(6) \quad 10 \times 900 = \dots\dots\dots$$

(أ) $10^2 \times 4.05$ (ب) $10^3 \times 4.05$ (ج) $10^4 \times 4.05$ (د) $10^6 \times 45$

(6) نصف البليون =

(أ) $10^8 \times 50$ (ب) $10^8 \times 5$ (ج) $10^8 \times 0.5$ (د) $10^7 \times 500$

٣ - أكتب ناتج كل مما يأتي على الصورة القياسية:

(1) $(10^5 \times 1.5) \times (10^8 \times 6.4)$ (2) $(10^7 \times 8.5) \times (10^4 \times 3.1)$

(3) $(10^6 \times 1.9) \div (10^8 \times 3.8)$ (4) $(10^4 \times 5) \times (10^4 \times 35.5)$

(5) $(10^3 \times 4.4) \times (10^5 \times 3)$ (6) $(10^3 \times 3.76) + (10^4 \times 4.54)$

(7) $(10^8 \times 5.3) - (10^7 \times 0.8)$ (8) 0.000007×400

(9) $8000 \div 0.0004$ (10) (0.0006)

٤ - أوجد قيمة س فى كل مما يأتي :

(1) $10 \times 8 = 800000$ (س) (2) $10 \times 6 = 0.000000006$ (س)

(3) $10 \times 1.6 = 0.0004$ (س) (4) $10 \times \text{س} = 76598$ (س)

٥ - فى العدد $10^5 \times 5.74$ أوجد عدد الأصفار التى تقع يمين الرقم ٤

٦ - تبلغ سرعة الضوء ٣٠٠٠٠٠٠ كم / ث عبر عن سرعة الضوء بالمتر / ث فى الصورة القياسية

٧ - تبلغ كتلة ذرة الهيدروجين حوالى ١.٦٧ جرام

عبر عن ذلك بالصورة القياسية

٨ - بدون استخدام الحاسبة أوجد الناتج فى الصورة القياسية :

(1) $10^{39} - 10^{38}$ (2) $10^{19} \times 10^5$

ترتيب إجراء العمليات الرياضية

عند إجراء العمليات الرياضية :

يجب إتباع قواعد معينة والتي تحدد ترتيب إجراء العمليات الرياضية للوصول إلى الحل الصحيح ، كما أن الآلات الحاسبة و أجهزة الكمبيوتر تتبع نفس الترتيب لإجراء العمليات الرياضية وهي كالآتي :

- (١) لترتيب العمليات بدون أقواس : تتبع الخطوات الآتية :
- (أولا) نحسب قوى العدد إن وجدت
 (ثانيا) نجرى عمليات الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار
 (ثالثا) نجرى عمليات الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار

تدريب : أحسب قيمة كل مما يأتي :

$$(١) \quad ٦ \div ١٢ + ٣$$

$$٥ = ٢ + ٣ = ٦ \div ١٢ + ٣ \quad \text{" نقسم ١٢ على ٦ ثم نجمع ٣ "}$$

$$(٢) \quad ٣ \times ٤ + ٩$$

$$١١٧ = ١٠٨ + ٩ = ٢٧ \times ٤ + ٩ = ٣ \times ٤ + ٩$$

" نوجد القوة الثالثة لعدد ٣ ثم نضرب في ٤ ثم نجمع ٩ "

$$(٣) \quad = ٢ \div ٨ - ١٤٤$$

$$(٤) \quad = ٢ \div ٤ - ٦ \times ٣$$

(١) لترتيب العمليات مع وجود أقواس : تتبع الخطوات الآتية :

- (أولا) نحسب " الأسس " قوى العدد إن وجدت
 (ثانيا) نجرى العمليات داخل الأقواس الداخلية أولا ثم الأقواس الخارجية
 (ثالثا) نجرى عمليات الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار
 (رابعا) نجرى عمليات الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار

تدريب : أحسب قيمة كل مما يأتي :

$$(١) \quad ٧ - ٣ \div (٤ + ٥) \times ٦ + ٣$$

$$\text{" الأقواس " } \quad ٧ - ٣ \div ٩ \times ٦ + ٣ = ٧ - ٣ \div (٤ + ٥) \times ٦ + ٣$$

$$\text{" الضرب " } \quad ٧ - ٣ \div ٥٤ + ٣ =$$

$$\text{" القسمة " } \quad ٧ - ١٨ + ٣ =$$

$$\text{" الجمع " } \quad ٧ - ٢١ =$$

$$\text{" الطرح " } \quad ١٤ =$$

$$(٢) \quad [(٢ - ٣) - (١ + ٣)] ٣$$

$$\text{" الأسس " } \quad [(٢ - ٨) - (١ + ٩)] ٣ = [(٢ - ٣) - (١ + ٣)] ٣$$

$$\text{" الأقواس الداخلية " } \quad [٦ - ١٠] ٣ =$$

$$\text{" الأقواس الخارجية " } \quad ٤ \times ٣ =$$

$$\text{" الضرب " } \quad ١٢ =$$

$$= [(1 - 4) + 5] 3 + 2 (3)$$

تمارين

١ - أحسب قيمة كل مما يأتى :

$$(1) \quad 3 \times 2 + 5$$

$$(2) \quad 5 \div 15 - 3 \times 4$$

$$(3) \quad 3 - 7 \times 4$$

$$(4) \quad (5 - 7) \div 196$$

$$(5) \quad (2 + 1) \times (6 - 9) \div 18$$

$$(6) \quad (3 - 5) \div 2 \times (4 - 7)$$

$$(7) \quad 1 - [(2 - 5) - 4]$$

$$(8) \quad [(3 - 4) 3] \div (1 + 26)$$

$$(9) \quad [(7 - 9) - 5] \div (2 \times 15)$$

$$(10) \quad [(2 - 6) \div 2 + 7] + 3 \div 6$$

$$(11) \quad (1 - \frac{1}{5}) \div (3 \frac{1}{7} \times \frac{3}{7})$$

$$(12) \quad 1 \frac{1}{5} - 1.5 \div 9.6 - 15.5$$

$$(13) \quad \frac{7 + 15}{4 - 15}$$

$$(14) \quad \frac{2 \times 5 - 5}{6 \div (3 + 15)}$$

٢ - إذا كانت : س = ٣ أوجد قيمة المقدار : $(\frac{3 + 5س}{3 - 5س}) 2$

٣ - إذا كانت : س = ٢ ، ص = ٥ أوجد قيمة كل من : (س + ص) ، (ص - س)

٤ - أختصر : $\frac{س}{3س - 6} + \frac{1}{7} (6 - 2س)$ ثم أوجد قيمة المقدار عندما س = ١

٥ - إذا كانت : س = ٤ ، (٦ + ٥) - ٦ ، ص = ٩ (٢١ ÷ ٣٦) ÷ ٣

أوجد القيمة العددية للمقدار : ٢ س + ٤ ص

٦ - أوجد المساحة الكلية لمتوازي مستطيلات أبعاده هي : س = ٢ س سم ، ص = ٣ سم

ع = ٥ سم " المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات = ٢ (س ص + ص ع + ع س)

الجذر التربيعي لعدد نسبي على صورة مربع كامل

أكمل :

العدد	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
مربعه		٨١			٣٦			٩		١
العدد	١٠ -	٩ -	٨ -	٧ -	٦ -	٥ -	٤ -	٣ -	٢ -	١ -
مربعه	١٠٠		٦٤						٤	

العدد النسبي المربع الكامل :

إذا كان : س عدداً نسبياً لا يساوى الصفر

فإن : س يسمى عدد نسبي مربع كامل وهو موجب دائماً

فمثلاً : العدد ٩ عدد نسبي مربع كامل لأن : $9 = (3)^2$ ؛ $9 = (3-)^2$ ، العدد $\frac{16}{9}$ عدد نسبي مربع كامل لأن : $\frac{16}{9} = (\frac{4}{3})^2$ ؛ $\frac{16}{9} = (\frac{4}{3}-)^2$ ملاحظة : إذا علم مربع العدد فالعملية العكسية لإيجاد العدد هي إيجاد الجذر التربيعي للعدد
ويستخدم الرمز $\sqrt{\quad}$ ليدل على الجذر التربيعي الموجب لعدد نسبيفمثلاً : $8 = \sqrt{64}$ ، $8- = \sqrt{64-}$ " يدل على الجذرين التربيعيين لعدد ٦٤ " $8 \pm = \sqrt{64} \pm$

ملاحظات :

** كل عدد نسبي مربع كامل له جذران تربيعيان كل منهما معكوسا جمعياً للآخر ومربع كل منهما هو العدد المربع الكامل

** يجب كتابة العدد النسبي في أبسط صورة له قبل إيجاد جذراه التربيعيان

** لا معنى لإيجاد $\sqrt{\frac{س}{ص}}$ إذا كان العدد $\frac{س}{ص} > صفر$ " أي سالباً "

لأنه لا يوجد عدد نسبي إذا ضرب في نفسه يكون الجواب سالباً

فمثلاً : $\sqrt{-4}$ لا معنى له** $\sqrt{(\frac{س}{ص})} = |\frac{س}{ص}|$ حيث : $|\frac{س}{ص}| \leq صفر$ فمثلاً : $3 = |3-| = \sqrt{(3-)^2}$ ** $\sqrt{س^2 ص} = \sqrt{(س ص)}$ حيث : $س \leq ص$ صفر

أي أن : نقسم الأسس ÷ ٢

فمثلاً : $\sqrt{س^٢ ص} = س \sqrt{ص}$

** عند وجود عملية جمع أو طرح تحت الجذر تجرى العملية أولاً قبل إيجاد الجذر

فمثلاً: $8 = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{36 - 100}$

** إذا صعب إيجاد الجذر التربيعي لعدد ما مباشرة يحلل هذا العدد إلى عوامله الأولية ثم يأخذ من كل عاملين متساويين عاملاً واحداً ، ويكون حاصل ضرب هذه العوامل المأخوذة هو الجذر التربيعي لهذا العدد

3	441
3	147
7	49
7	7
	1

فمثلاً: $\sqrt[7 \times 7 \times 3 \times 3]{441} = \sqrt[7 \times 3]{441}$

$7 \times 3 =$

$21 =$

تمارين

١ - أوجد كل مما يأتي :

(١) $\sqrt[3]{16}$

(٢) $\sqrt[3]{2500}$

(٣) $\sqrt[3]{0.81}$

(٤) $\sqrt[3]{6\frac{1}{4}}$

(٥) $\sqrt[3]{4}$

(٦) $\sqrt[3]{\left(\frac{9}{49}\right)}$

(٧) $\sqrt[3]{\frac{49 \text{ س } 4}{81 \text{ ص } 4}}$

(٨) $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{9}$

(٩) $\sqrt[3]{9 + 16}$

$$\sqrt{81 - 225} \quad (10)$$

$$(11) \text{ المعكوس الضربي للعدد } \sqrt{0.49}$$

$$(12) \text{ المعكوس الضربي للعدد } \sqrt{\frac{4}{25}}$$

$$(13) \text{ المعكوس الجمعي للعدد } -\sqrt{1\frac{7}{9}}$$

$$(14) \sqrt{81}$$

$$2 - \text{ إذا كان : } s = \sqrt{\frac{1}{4}} \text{ ، } s = 2 \text{ أوجد قيمة : } s$$

$$3 - \text{ إذا كان : } s = \sqrt{36} \text{ أوجد قيمة : } s$$

$$4 - \text{ إذا كان : } \frac{16}{s} = \frac{s}{4} \text{ أوجد قيمة : } s$$

$$5 - \text{ إذا كان : } s = \sqrt{\frac{1}{4}} \text{ أوجد قيمة : } s^3$$

$$6 - \text{ أوجد قيمة : } \sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{16} + \sqrt{25} + \sqrt{36} + \sqrt{49} + \sqrt{64}$$

$$7 - \text{ أختصر لأبسط صورة : } \sqrt{\frac{49}{4}} \times \left(\frac{2}{7}\right)^{\text{صفر}} \times \left(-\frac{2}{7}\right)^2$$

$$8 - \text{ أختصر لأبسط صورة : } \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \sqrt{\frac{64}{81}} - \left(\frac{3}{4}\right)^{\text{صفر}}$$

$$9 - \text{ أوجد عددين نسبيين يقعان بين : } \sqrt{\frac{4}{9}} \text{ ، } \frac{3}{4}$$

$$10 - \text{ إذا كان } \frac{3}{4} \text{ مساحة مربع تساوي } 1\frac{1}{4} \text{ متر مربع أوجد طول ضلعه}$$

$$11 - \text{ أوجد الجذرين التربيعيين لكل من : } 49 \times 1225 \text{ ، } 5 \div \frac{5}{14} \text{ ، } 81 - 1681$$

$$12 - \text{ أكمل لتحصل على عبارة صحيحة : } (1) \sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{9} = \dots$$

$$(3) \sqrt{25} - \sqrt{49} = \dots$$

$$(2) \sqrt{8} = \dots$$

المتغير والثابت

نعلم أن :

يسمى حد جبرى $3س$ *
 ويسمى 3 العامل العددي للحد الجبرى " معامل " ،
 و يسمى $س$ العامل الجبرى للحد الجبرى " متغير " ،
 ويسمى $3س + 4$ *
 ويسمى مقدار جبرى

ويسمى 3 العامل العددي للحد الجبرى " معامل " ،
 و يسمى $س$ العامل الجبرى للحد الجبرى " متغير " ،
 و يسمى 4 ثابت المقدار الجبرى ،

ملاحظة : يمكن التعبير عن أى حد جبرى أو أى مقدار جبرى لفظياً
 فمثلاً :

$3س$ يعبر عنه لفظياً كالاتى :
 المتغير $س$ مكرر 3 مرات ؛ حاصل ضرب العدد 3 فى المتغير $س$ " ثلاثة أمثال المتغير $س$ " ،
 $3س + 4$ يعبر عنه لفظياً كالاتى :
 إضافة [" جمع " ؛ " زيادة "] العدد الثابت 4 إلى ثلاثة أمثال المتغير $س$
 تدريب (١) : أكمل الجدول التالى :

التعبير اللفظى	التعبير الرمزى
المتغير $س$ مكرر 4 مرات	$4س$
	$5س + 1$
	$3س - 3$
قسمة العدد 4 على المتغير $س$ النسبة بين العدد 4 والمتغير $س$	$\frac{4}{س}$ حيث $س \neq 0$
طرح العدد 4 من المتغير $ا$	
جمع المتغير $س$ مع المتغير $ع$	$س + ع$
	$س ع$
ثمن شراء عدد $س$ من الأقلام إذا كان ثمن القلم الواحد 3 جنيهاً ثمن القميص $س$ مضافاً إليه ضريبة 5 جنيهاً	
ضعف عمر على منذ 6 سنوات إذا كان عمره الآن $س$ سنة	
ثمن 4 كشاكيل سعر الكشكول $س$ جنيهاً و 3 أقلام سعر القلم $ص$ جنيهاً عمر حاتم بعد 10 سنوات إذا كان عمره الآن $س$ سنة	
محيط مربع طول ضلعه $س$ سم	
محيط مستطيل عرضه $س$ سم ، وطوله يزيد عن عرضه بمقدار 7 سم	
العدد النسبى التالى للعدد $س$	
العدد الزوجى التالى للعدد $س$	
العدد النسبى السابق للعدد $س$	
العدد الفردى السابق للعدد $س$	

تدريب (٢): أكمل الجدول التالي :

المقدار الجبري	المتغير	الثابت
٥ س	س	لا يوجد
ص - ٥		
٣ س - س		
٣ - ٢ + (س + ٤)		
٣ + ١٦		
$\frac{٤}{س}$ حيث $س \neq ٠$		
١٨ - (٤ - ١٦)		

تدريب (٣): أكمل النمط في كلاً من الجداول الآتية :

٥١	٥٢	٥٣	٥٤
	ك - ؟	ك - ١	ك

ب

٧	٦	٥	٤
	٧ + ؟	١ + ٧	٧

٢

٩	٧	٥	٣
		ص +	ص

٤

٨	٦	٤	٢
		س ٢	س

ح

تدريب (٤) :

كان مع على س جنيهاً يوم السبت ، صرف نصفها يوم الأحد ، وصرف نصف الباقي يوم الاثنين ، ثم صرف نصف ما تبقى معه يوم الثلاثاء ، كم جنيهاً صرفها على يوم الثلاثاء وإذا كان معه يوم السبت ٨ جنيهاً أحسب ما صرفه على

تدريب (٥) :

إذا تناول أحمد وجبة غذاء في أحد المطاعم وكان ثمنها س جنيهاً مضافاً إليها ١٥ / من ثمنها خدمة فكم جنيهاً دفعها أحمد ؟

العلاقة الخطية

تسمى العلاقة بين المتغيرين s ، v : $v = ms + b$ حيث $m \neq 0$ ، b ثوابت ، s ، v متغيرين من الدرجة الأولى
ملاحظة: علاقة خطية

يسمى s المتغير المستقل ، v المتغير التابع "المقابل" ، m معامل s ، b الحد المطلق
فمثلاً: العلاقة $v = 3s + 1$ هي علاقة من الدرجة الأولى معبراً عنها بالطريقة الرمزية
ويمكن التعبير عنها بعدة طرق :

**** الطريقة اللفظية:** إضافة 1 إلى ثلاثة أمثال المتغير s يعطي المتغير المقابل v
**** أزواج مرتبة:** بوضع $s = 2$ ينتج : $v = 3 \times 2 + 1 = 7$ ، الزوج المرتب $(2, 7)$
بوضع $s = 0$ ينتج : $v = 3 \times 0 + 1 = 1$ ، الزوج المرتب $(0, 1)$
بوضع $s = -1$ ينتج : $v = 3 \times (-1) + 1 = -2$ ، الزوج المرتب $(-1, -2)$

وهكذا

العلاقة هي مجموعة من الأزواج المرتبة

الزوج المرتب (s, v) (s ، v) يتمون من عنصرين s ، v يسمى s بالمسقط الأول ،
 v بالمسقط الثاني ،

ملاحظات: ** $(s, v) \neq (v, s)$ ، $(s, v) \neq \{s, v\}$
****** إذا كان : $(s, v) = (3, 4)$ فإن : $s = 3$ ، $v = 4$
تدريب: أوجد قيمة كل من s ، v في ما يأتي :

$$(1) \quad (s, 5) = (1, 5)$$

$$(2) \quad (3, s) = (3, 1)$$

**** جدول:**

s	2	0	1 -	2 -	1	3	3 -	4
v	7	1	2 -					

تدريب: أي العلاقات الآتية علاقة خطية بين المتغيرين s ، v ، وإذا كانت العلاقة خطية أكتب ثلاث أزواج مرتبة تحققها :

$$(1) \quad v = 5s - 1 \quad \text{علاقة خطية لأن من كل من المتغيرين } s, v \text{ الدرجة الأولى}$$

$$(2) \quad v = 2s + 3 \quad \text{علاقة خطية لأن } s, v \text{ الدرجة الأولى}$$

$$(3) \quad v = s + 4 \quad \text{علاقة ليست خطية لأن من كل من المتغيرين } s, v \text{ الدرجة الأولى}$$

$$(4) \quad s = 4v \quad \text{علاقة ليست خطية لأن الحد } s \text{ ص الدرجة الأولى}$$

تدريب: أي زوج من الأزواج المرتبة الآتية يحقق العلاقة $v = 3s - 1$

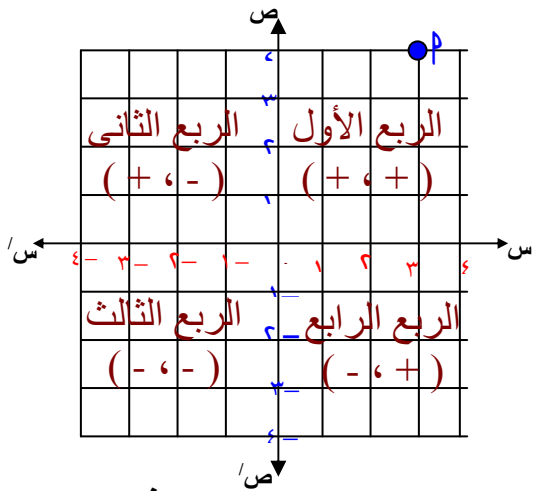
$$(1, -1) \quad , \quad (2, 4) \quad , \quad (1, 2)$$

تدريب: إذا كان الزوج المرتب $(4, 1)$ يحقق العلاقة $v = 3s - 1$ فإن : $1 = 4$

$$\text{نضع } s = 4 \quad , \quad v = 1 \quad \therefore 1 = 4$$

التمثيل البياني للأزواج المرتبة المعبرة عن العلاقة الخطية :

لتمثيل الأزواج المرتبة المعبرة عن العلاقة الخطية نعد نظام إحداثي متعامد " شبكة تربيعية متعامدة " كالاتي :



** نرسم $\overleftrightarrow{س س}$ ويسمى محور السينات ،

$\overleftrightarrow{ص ص}$ ويسمى محور الصادات

حيث $\overleftrightarrow{س س} \perp \overleftrightarrow{ص ص}$

ويتقاطع هذان المحوران في نقطة " و " التي تسمى

نقطة الأصل و تمثل الزوج المرتب (٠ ، ٠)

وكل زوج مرتب تمثله نقطة في المستوى

** ينقسم هذا النظام إلى ٤ أرباع كما في الشكل المقابل

** لتمثيل النقطة (٣ ، ٤) على نظام إحداثي متعامد

من نقطة " و " ونتحرك على محور السينات إلى

اليمين ٣ وحدات " و يسمى الإحداثي السيني "

ثم نتحرك لأعلى ٤ " و يسمى الإحداثي الصادي " وحدات

وهكذا

** النقطة (٣ ، ٠) تقع على محور السينات ، النقطة (٠ ، ١) تقع على محور الصادات

تدريب : أذكر الربع الذي تقع فيه النقط الآتية

و عينها على الشبكة التربيعية المقابلة :

(٣ ، ١)

(٢ ، ١ -)

(١ - ، ٣)

(٤ - ، ٢ -)

(٤ ، ٢)

التمثيل الأزواج المرتبة المعبرة عن العلاقة الخطية بيانياً :

نعين ٣ نقط تمثل ٣ أزواج مرتبة لهذه العلاقة على الشبكة التربيعية

و نتأكد بحافة المسطرة أنها تقع على إستقامة واحدة

تدريب : أوجد ٣ أزواج مرتبة تحقق العلاقة : $ص = س + ١$

ثم عين النقط التي تمثل الأزواج المرتبة

على نظام إحداثي متعامد و تأكد أنها تقع على إستقامة واحدة

نضع $س = ص$ ∴ ∴ $ص = ص$

نضع $س = ص$ ∴ ∴ $ص = ص$

نضع $س = ص$ ∴ ∴ $ص = ص$

			س
			ص

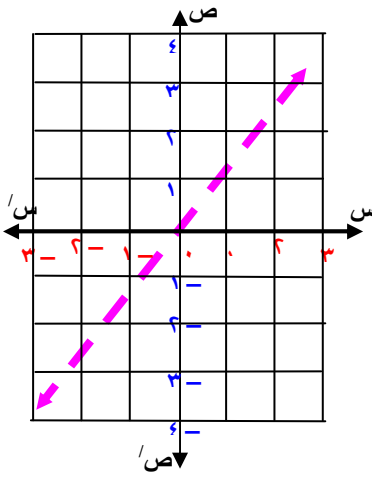
ملاحظات :

عند تمثيل الأزواج المرتبة المعبرة عن العلاقة الخطية $v = ps + b$ بيانياً يلاحظ :

إذا كان $b = 0$

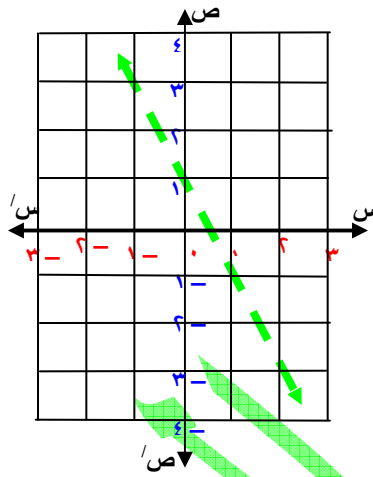
فإن : $d = (s, p)$

وفى هذه الحالة تكون حافة المسطرة مارة بنقطة الأصل $(0, 0)$



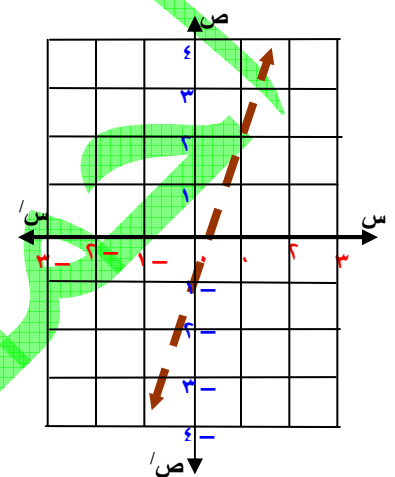
إذا كان $p > 0$

فإن : حافة المسطرة تصنع زاوية منفرجة مع الإتجاه الموجب لمحور السينات



إذا كان $p < 0$

فإن : حافة المسطرة تصنع زاوية حادة مع الإتجاه الموجب لمحور السينات



تمارين

١ - أوجد قيمة s, v فى كل مما يأتى :

$$(1) (s, v) = (2, 3)$$

$$(2) (s, v) = (2, 5)$$

$$(3) (s, v) = (6, 4)$$

$$(4) (s, v) = (3, 1 - s)$$

$$(5) (s, v) = (0, 2 - s)$$

$$(6) (s, v) = (2 + s, 4 - v)$$

٢ - عين الربع الذى تقع فيه القط الآتية :

$$(1) (2, 3)$$

$$(3) (3, 0)$$

$$(5) (-1, 3)$$

$$(7) (-6, -3)$$

$$(2) (1, 4)$$

$$(4) (0, -5)$$

$$(6) (1, -1)$$

$$(8) (-9, 11)$$

- ٣ - أي من الآتي يعبر عن علاقة خطية بين المتغيرين س ، ص :
- (١) ص = س + ١
(٢) ص = ٦ س
(٣) س + ص = ٩
(٤) س ص = ٧
(٥) ص - ١ = س
(٦) س - = ص
(٧) س + ص = ٨
(٨) س = ٥ - ص
- ٤ - إذا كان : ص = ٢ - س - ١ عين الأزواج المرتبة التي تحقق العلاقة السابقة عندما
 $s \in \{2, 1, 0, -1, -2\}$
- ٥ - باستخدام العلاقة الخطية أكمل الجدول أسفل العلاقة في كل مما يأتي :

ص = س - ٢				٢
٤	٢	١	س	
			ص	

ص = س + ١				١
٢	١	٠	س	
			ص	

ب = ٢ + س				٤
٠	١ -	٣ -	١	
			ب	

ب = ٤ - س				٣
٧	٤	١	س	
			ب	

- ٦ - إذا كانت : ص = ٢ + س ١ أوجد :
- (١) ص عندما س = ٣
(٢) ص عندما س = ٥
(٣) س عندما ص = ١
(٤) س عندما ص = ١
- ٧ - أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق كل علاقة فيما يأتي :
- (١) ص = س + ٣
(٢) ص = س - ٣
(٣) ص = ٣ + س
(٤) ص = ٤ - س
- ٨ - في كل مما يأتي مجموعة من الأزواج المرتبة تمثل علاقة بين متغيرين أوجد قيمة ل
- (١) (٢، ١) ، (٤، ٢) ، (٦، ٣) ، (٨، ٤)
(٢) (٥، ١) ، (٦، ٢) ، (٧، ٣) ، (٨، ٤)
(٣) (٠، ١) ، (٧، ٨) ، (٥، ٦) ، (٢، ٣)
- ٩ - أوجد إحداثي النقطة التي تحقق العلاقة : ٣ س + ص = ٤ ، و التي إحداثيها السيني معكوس جمعي لإحداثيها الصادي
- ١٠ - إذا كانت المسافة بين النقطتين م (٣، ٢) ، ب (س، ٣) تساوي ٤ وحدات فما قيم س الممكنة
- ١١ - إرسم نظام إحداثي متعامد ومثل عليه النقط م (٢، ٣) ، ب (٣، ٢) ، ح (٣ - ، ٢ -) ، ع (٢، ٣ -) و أذكر الربع الذي تقع فيه كل نقطة ، و إذا وصلت النقط الأربعة فما إسم الشكل
- م ب ح ع

الأنماط العددية

النمط العددي : هو مجموعة من الأعداد مرتبة بطريقة معينة
الأنماط العددية وإكمالها وبنائها هي أحد مجالات التطبيق العملي في الرياضيات وتعمل على تنمية الإبداع وتعتمد على القدرة على ملاحظة العلاقة بين العناصر الموجودة (الأعداد أو الرموز أو الأشكال) وإستنتاج العناصر التالية أو إستنتاج القاعدة العامة " تعميم " لهذا النمط

ملاحظة :

يسمى النمط متتابعة ، وكل عدد يسمى حد ، لإيجاد أى حد ناقص في النمط " المتتابعة " نعوض في قاعدة النمط بالأعداد : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ،

أمثلة :

(١) : أكمل النمط بكتابة ثلاثة أعداد ، وعبر عنه لفظياً ثم أكتب قاعدة تصف هذا النمط :

٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ،

التعبير اللفظي : يبدأ النمط بالعدد ٥ ثم يضاف ٢ للحصول على العدد التالي له

" أى حد = الحد السابق + ٢ "

القاعدة الرمزية : $٣ + n = ن$ حيث $١ = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ،$

٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٧ ،

(٢) : أكمل النمط بكتابة ثلاثة أعداد ، وعبر عنه لفظياً ثم أكتب قاعدة تصف هذا النمط :

٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ،

التعبير اللفظي : مضاعف العدد ٥

القاعدة الرمزية : $٥n = ن$ حيث $١ = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ،$

٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٣٥ ،

(٣) : أكمل النمط بكتابة ثلاثة أعداد ، وعبر عنه لفظياً ثم أكتب قاعدة تصف هذا النمط :

١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ،

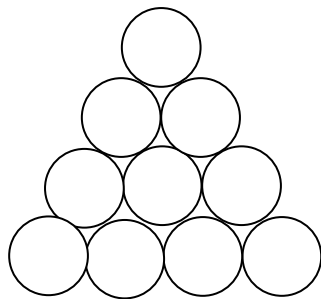
التعبير اللفظي : مربعات الأعداد الصحيحة الموجبة

القاعدة الرمزية : $n^٢ = ن$ حيث $١ = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ،$

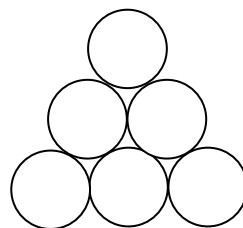
١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ ، ٣٦ ، ٤٩ ،

تدريب :

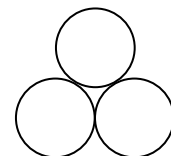
(١) أوجد عدد الدوائر في كل شكل للنمط التالي ثم إرسم عدد الدوائر بالشكل الخامس و أوجد عددها و كذا عدد الدوائر بالشكل العاشر :



شکل (٥)



شکل (٣)

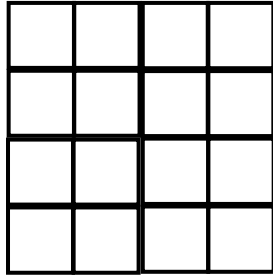


شکل (٢)

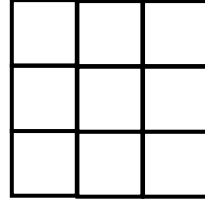


شکل (١)

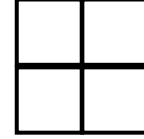
(٢) أوجد عدد المربعات في كل شكل للنمط التالي ثم إرسم عدد المربعات بالشكل الخامس و أوجد عددها و كذا عدد المربعات بالشكل العاشر:



شكل (٥)



شكل (٤)



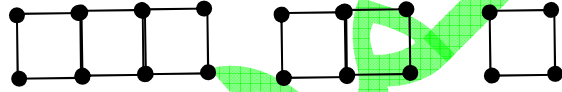
شكل (٣)



شكل (٢)

شكل (١)

(٣) يوضح الشكل مربعات مكونة من عيدان الكبريت ، إذا كان س عدد المربعات ، ص عدد عيدان الكبريت أكمل الجدول المقابل ثم أكتب العلاقة بين : س ، ص



س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص						

تمارين

١ - أكمل الأنماط التالية بكتابة ثلاثة أعداد :

(١) ، ١٦ ، ٨ ، ٤ ، ٢

(٢) ، ١٢ ، ٩ ، ٦ ، ٣

(٣) ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{2}$

(٤) ، ١٧ ، ١٠ ، ٥ ، ٢

(٥) ، ٣٣ ، ٤١ ، ٥٠ ، ٦٠

(٦) ، ٦٤ ، ٢٧ ، ٨ ، ١

٢ - أكتب أول ثلاثة أعداد في المتتابعات الآتية (حيث : $١ = ٢ = ٣$) :

(١) $٢ \sim$

(٢) $\frac{٢}{5}$

(٣) $٣ - \sim$

(٤) $٣ + \sim$

٣ - عبر لفظياً عن الأنماط العددية الآتية ثم أكتب قاعدة لوصف النمط ثم أوجد العدد العاشر:

(١) ، ٧ ، ٥ ، ٣ ، ١

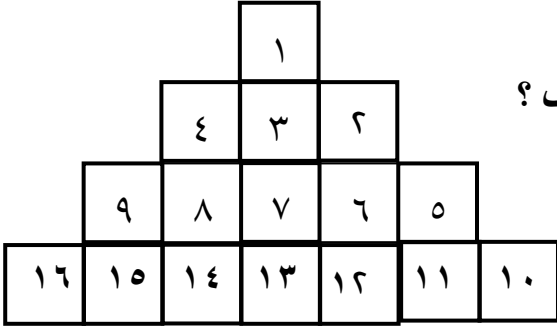
(٢) ، ١٤ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢٠

(٣) ، ٤ - ، ٢ - ، ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢٠

(٤) ٠.٤ ، ٠.٦ ، ٠.٨ ، ١ ، ٠.٠٠٠

٤ - فى الشكل المقابل " هرم الأعداد "

** ماذا تلاحظ عن كيفية كتابة الأعداد فى هذا الهرم ؟



** ما هى العلاقة بين رقم الصف والعدد فى نهاية الصف ؟

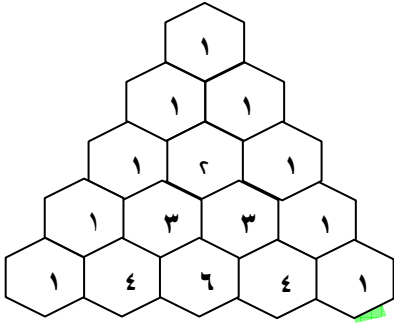
** أكتب عناصر الصفوف الثلاثة التالية

** ما هو العدد فى نهاية الصف السابع ؟

** ما هو رقم الصف الذى فى نهايته العدد ١٤٤ ؟

٥ - فى الشكل المقابل " مثلث باسكال "

** ماذا تلاحظ عن كيفية كتابة الأعداد فى هذا المثلث ؟



** أكتشف أنماط عديدة بملاحظة الصفوف والأقطار

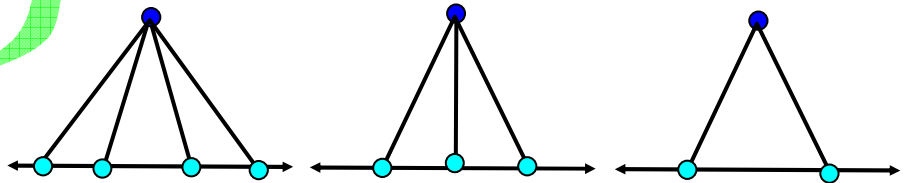
** أكتب عناصر الصفوف الثلاثة التالية

** أوجد مجموع الأعداد فى كل صف ٠ ماذا تلاحظ ؟

** أوجد مجموع عناصر الصف العشرين دون كتابة عناصره

٦ - فى الشكل المقابل :

نقطة لا تنتمى لمستقيم رسمت منها قطع مستقيمة لنقط تنتمى للمستقيم هل توجد علاقة بين عدد النقط على المستقيم س ، عدد المثلثات الناتجة ص



المعادلات

في العلاقة الخطية : $ص = ٢س + ١$

إذا كانت $ص = ٧$ ، $س = ١$ نجد أن : $٧ > ١ + ١ \times ٢$

إذا كانت $ص = ٧$ ، $س = ٤$ نجد أن : $٧ < ١ + ٤ \times ٢$

إذا كانت $ص = ٧$ ، $س = ٣$ نجد أن : $٧ = ١ + ٣ \times ٢$

الجملة الرياضية : $ص = ١ + ٢س$ تسمى معادلة من الدرجة الأولى في مجهول واحد هو س

تعريف :

* **المعادلة هي :** جملة رياضية تحتوي على متغير أو أكثر وتحتوي علاقة التساوي

* **درجة المعادلة هي :** أعلى درجة حد جبرى تحتوي عليه المعادلة

* **حل المعادلة هو :** إيجاد المجهول أو المجاهيل التي تحقق تساوي طرفي المعادلة

* **مجموعة التعويض :** هي المجموعة التي تنتمي إليها قيم مجهول المعادلة (المتغير)

* **مجموعة الحل هي :** المجموعة التي عناصرها تحقق المعادلة

* **المعادلات المتكافئة هي :** معادلات الدرجة الأولى في مجهول واحد التي لها نفس الحل

ونحصل على المعادلة المكافئة لمعادلة أصلية :

بجمع عدد " لا يساوى الصفر " مع (أو طرح عدد " لا يساوى الصفر " من) طرفي المعادلة

أو ضرب عدد " لا يساوى الصفر " في طرفي المعادلة

أو قسمة طرفي المعادلة على عدد " لا يساوى الصفر "

ملاحظة :

إذا كان العدد الذي يحقق المعادلة لا ينتمي لمجموعة التعويض فإن مجموعة الحل = \emptyset

مثال : حل المعادلة $س + ٣ = ٥$ علماً بأن مجموعة التعويض هي { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

نعوض في الطرف الأيمن عن قيمة س بعناصر مجموعة التعويض كالاتى :

عندما $س = ١$: الطرف الأيمن = $٣ + ١ = ٤ \neq ٥$: ١ ليس حل للمعادلة

عندما $س = ٢$: الطرف الأيمن = $٣ + ٢ = ٥ = ٥$: ٢ حل للمعادلة

عندما $س = ٣$: الطرف الأيمن = $٣ + ٣ = ٦ \neq ٥$: ٣ ليس حل للمعادلة

عندما $س = ٤$: الطرف الأيمن = $٣ + ٤ = ٧ \neq ٥$: ٤ ليس حل للمعادلة

: ٢ هو الحل الوحيد للمعادلة : مجموعة الحل = { ٢ }

تدريب : حل المعادلة $س - ١ = ٧$ علماً بأن مجموعة التعويض هي { ١ ، ٣ ، ٦ ، ٨ }

نعوض في الطرف الأيمن عن قيمة س بعناصر مجموعة التعويض كالاتى :

عندما $س = ١$: الطرف الأيمن = : : ١ ليس حل للمعادلة

عندما $س = ٢$: الطرف الأيمن = : : ٢ ليس حل للمعادلة

عندما $س = ٣$: الطرف الأيمن = : : ٣ ليس حل للمعادلة

عندما $س = ٤$: الطرف الأيمن = : : ٤ ليس حل للمعادلة

: هو الحل الوحيد للمعادلة : مجموعة الحل = { }

تدريب : حل المعادلة $3س + 1 = 7$ علماً بأن مجموعة التعويض هي $\{ 1, 2, 3, 4 \}$

نعوض فى الطرف الأيمن عن قيمة س بعناصر مجموعة التعويض كالاتى :

عندما $س = 1$: الطرف الأيمن = ∴ :

عندما $س = 2$: الطرف الأيمن = ∴ :

عندما $س = 3$: الطرف الأيمن = ∴ :

عندما $س = 4$: الطرف الأيمن = ∴ :

∴ $س = 1$ هو الحل الوحيد للمعادلة ∴ مجموعة الحل = $\{ 1 \}$

تدريب : حل المعادلة $3س = 3س + 3$ علماً بأن مجموعة التعويض هي $\{ 0, 1, 2, 3 \}$

نعوض فى الطرف الأيمن عن قيمة س بعناصر مجموعة التعويض كالاتى :

عندما $س = 1$: الطرف الأيمن = ∴ :

عندما $س = 2$: الطرف الأيمن = ∴ :

عندما $س = 3$: الطرف الأيمن = ∴ :

عندما $س = 4$: الطرف الأيمن = ∴ :

∴ مجموعة الحل = $\{ 0, 1, 2, 3 \}$

تدريب : إذا كانت مجموعة التعويض هي $\{ 1, 0, 1 - 3 \}$

أوجد مجموعة حل : $س + 3 = 4س$

نعوض فى الطرف الأيمن عن قيمة س بعناصر مجموعة التعويض كالاتى :

عندما $س = 1$: الطرف الأيمن = ∴ :

عندما $س = 0$: الطرف الأيمن = ∴ :

عندما $س = 1 - 3$: الطرف الأيمن = ∴ :

عندما $س = 3$: الطرف الأيمن = ∴ :

∴ مجموعة الحل = $\{ 0, 1, 1 - 3, 3 \}$

تدريب : إذا كانت مجموعة التعويض هي $\{ 4, 0, 1 - 2 \}$

أوجد مجموعة حل : $س + 3 = 3س$

نعوض فى الطرف الأيمن عن قيمة س بعناصر مجموعة التعويض كالاتى :

عندما $س = 1$: الطرف الأيمن = ∴ :

عندما $س = 0$: الطرف الأيمن = ∴ :

عندما $س = 1 - 3$: الطرف الأيمن = ∴ :

عندما $س = 3$: الطرف الأيمن = ∴ :

∴ مجموعة الحل = $\{ 0, 1, 1 - 3, 3 \}$

ملاحظة :

الصورة : $3س + 3 = 3س + 3$ أو الصورة : $س + 3 = 3س$

تسمى متطابقة وتحققها جميع عناصر مجموعة التعويض

حل المعادلات من الدرجة الأولى فى مجهول واحد

نظراً لأن طريقة التعويض لإيجاد مجموعة حل المعادلة طويلة وقد تكون مستحيلة إذا كان عدد عناصر مجموعة التعويض لانهاى مثل " ط ، ص ، د " ولأن كل معادلة لها معادلة مكافئة لها ونحصل عليها باستخدام خواص علاقة التساوى التالى ذكرها بهدف جعل المجهول س منفرداً فى أحد طرفى المعادلة

خواص علاقة التساوى :

إذا كان س ، ص ، ع أعداداً نسبية فإن :

**** الإضافة :** إذا كان س = ص فإن : س + ع = ص + ع

فمثلاً : إذا كان س = ١ - ٣ فإن س = ٤ (بإضافة ١ للطرفين)

**** الضرب :** إذا كان س = ص فإن : س × ع = ص × ع

فمثلاً : إذا كان ٣ = س فإن س = ١٢ (بضرب الطرفين × ٣)

**** الحذف :** إذا كان س + ص = ع فإن س = ع - ص

فمثلاً : إذا كان س + ٣ = ٧ فإن س = ٤ (بطرح ٣ من الطرفين)

**** القسمة :** إذا كان س × ع = ص فإن س = ص ÷ ع ، ع ≠ ٠

فمثلاً : إذا كان ١٥ = س × ٥ فإن س = ٣ (بقسمة الطرفين على ٥)

مثال : حل المعادلة س + ١ = ٤ وتحقق من الناتج

بإستخدام خاصية المعكوس الجمعى " بإضافة (-) للطرفين "

∴ س + ١ - ١ = ٤ - ١ ∴ س = ٣ ∴ مجموعة الحل = { ٣ }

التحقيق : بالتعويض فى المعادلة الأصلية عن س = ٣ ينتج

∴ مجموعة الحل = { ٣ } الطرف الأيسر = ٤ = ١ + ٣

حل آخر :

∴ س + ١ = ٤ ∴ س + ١ - ١ = ٤ - ١ ∴ س = ٣ ∴ مكونات العدد ٤

بحذف ١ من الطرفين ∴ مجموعة الحل = { ٣ }

تدريب : حل المعادلة ٣ = س × ٩ وتحقق من الناتج

بإستخدام خاصية المعكوس " بضرب الطرفين × "

∴ ٣ × ٩ = س × ٩ ∴ س = ٣ ∴ مجموعة الحل = { ٣ } ∴

التحقيق : بالتعويض فى المعادلة الأصلية عن س = ٣ ينتج

∴ مجموعة الحل = { ٣ } ∴ الطرف الأيسر = ٩ = ٣ × ٩

حل آخر :

∴ ٣ = س × ٩ ∴ ٣ ÷ ٩ = س ∴ ٣ = س × ٩ ∴ مكونات العدد ٩

بحذف ٩ من الطرفين ∴ مجموعة الحل = { ٣ } ∴

حل آخر :

∴ ٣ = س ∴ بقسمة الطرفين على ٩ ∴ س = ٣ ∴

∴ مجموعة الحل = { ٣ } ∴

تدريب : حل المعادلة $5س + 1 = 11$ و تحقق من الناتج
 باستخدام خاصية المعكوس " بإضافة ٠٠٠٠ للطرفين "
 $5س + 1 + 11 = 0000 + 1 + 11$
 $5س = 0000$
 باستخدام خاصية المعكوس " بضرب الطرفين \times "
 $5س = 0000$ \therefore $س = 0000$ \therefore مجموعة الحل = { ٠٠٠٠ }
 التحقق : بالتعويض فى المعادلة الأصلية عن $س = 0000$ ينتج
 $5 \times 0000 + 1 = 11 =$ الطرف الأيسر
 \therefore مجموعة الحل = { ٠٠٠٠ }

تدريب : حل المعادلة $4س - 3 = 9$ حيث $س \in ط$

تدريب : حل المعادلة $5س + 6 = 5$ حيث $س \in م$

تمارين

١ - أوجد مجموعة الحل لكل مما يأتى :

- (١) $٧ = ٢ + س$ علماً بأن مجموعة التعويض هي $\{٢, ٣, ٤, ٥, ٦\}$
 (٢) $٢ = ٣ - س$ علماً بأن مجموعة التعويض هي $\{١, ٢, ٣, ٤, ٥\}$
 (٣) $٦ = ٣ س$ علماً بأن مجموعة التعويض هي $\{٢, ٣, ٤, ٥, ٦\}$
 (٤) $٥ = ١ + س$ علماً بأن مجموعة التعويض هي $\{٢, ٣, ٤, ٥, ٦\}$

٢ - أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى ص :

- (١) $٥ = ١ + س$ (٢) $٣ = ٤ - س$
 (٣) $١٥ = ٣ س$ (٤) $٥ = ٣ + س$
 (٥) $١٣ = ٢ - س$ (٦) $١ = ١٧ + س$

٣ - أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية فى د :

- (١) $١٢ \frac{١}{٢} = ٦ \frac{١}{٤} + س$ (٢) $٧ \frac{١}{٢} = ١ \frac{١}{٢} - ٣ س$
 (٣) $٢ + س = ٦ - ٣ س$ (٤) $٢ (١ + س) = ١٠ - ٢ س$
 (٥) $٣ (٢ - س) = ٣ س$ (٦) $١٢ = (١ - س) ٧ + (٢ - س) ٣$

٤ - أكمل ما يأتى :

- (١) إذا كانت $١١ = ٥ + س$ فإن : $٣ س = ٥$
 (٢) إذا كانت $٦ = ٣ س$ فإن : $٦ + س = ٥$
 (٣) إذا كانت $٧ = ١ - س$ فإن : $١ - س = ٧$
 (٤) إذا كانت : $س + ٢ + س + ٣ + س + ٤ = ١٠$ فإن : $٣ س = ١٠$
 (٥) إذا كانت : مجموعة حل المعادلة : $س + ٤ = ٣$ فإن : $س = ٣$
 (٦) إذا كانت : مجموعة حل المعادلة : $س + ٢ + ٥ = ١$ فإن : $س = ١$
 (٧) مجموعة حل المعادلة : $س + ٧ = ٠$ فى ص هي $\{-٧\}$ فإن : $ص = ٧$
 (٨) إذا كان : $٥ \frac{١}{٢} = ١ \frac{١}{٤} - ص$ فإن : $ص = ٥ \frac{١}{٢} - ١ \frac{١}{٤}$
 (٩) إذا كان : $\frac{٢}{٣} = \frac{س}{٤}$ فإن : $\frac{س}{٤} = \frac{٢}{٣}$
 (١٠) إذا كان : $١٥ = ٣ + ٢ س$ فإن : $١٥ = ٣ + ٢ س$

تطبيقات على حل المعادلات

في حياتنا اليومية تقابلنا بعض المشكلات و التي نحتاج لحلها معرفة مجهول واحد . . .
لذا سنستخدم معادلات الدرجة الأولى في مجهول واحد

خطوات حل المسألة اللفظية :

** نقرأ المشكلة بعناية ثم نحدد المعطيات و المطلوب

** نرسم للمجهول بأحد الرموز وليكن س

** نضع المعطيات على شكل معادلة من الدرجة الأولى وتحل كالسابق

الجدول الآتي يوضح نماذج للتعبير عن المجهول وليكن " س " :

التعبير اللفظي	التعبير الرمزي
المعكوس الجمعي للعدد	- س
المعكوس الضربي للعدد	$\frac{1}{س}$
ضعف العدد	٢ س
ثلاثة أمثال العدد	٣ س
العدد الذي يليه مباشرة	س + ١
العدد السابق له مباشرة	س - ١
العدد الفردي (الزوجي) التالي له مباشرة	س + ٢
العدد الفردي (الزوجي) له مباشرة	س - ٢
الأعداد التالية	س + ١ ، س + ٢ ،
الأعداد السابقة	س - ١ ، س - ٢ ،
الأعداد الفردية (الزوجية) التالية	س + ٢ ، س + ٤ ،
الأعداد الفردية (الزوجية) السابقة	س - ٢ ، س - ٤ ،
العمر منذ ٥ سنوات	س - ٥
العمر بعد ٣ سنوات	س + ٣
يزيد عن عدد آخر بمقدار ٣	س + ٣
يقبل عن عدد آخر بمقدار ٣	س - ٣
يزيد عن ضعف عدد آخر بمقدار ٣	٢ س + ٣
يقبل عن ضعف عدد آخر بمقدار ٣	٢ س - ٣
مربع العدد	س ^٢
مجموع مربعي العددين س ، س + ١	س ^٢ + (س + ١) ^٢
مربع مجموع العددين س ، س + ١	(س + س + ١) ^٢ = (٢س + ١) ^٢
تذكر : محيط المستطيل	(الطول + العرض) × ٢
تذكر : مساحة سطح المستطيل	الطول × العرض
تذكر : محيط المربع	طول الضلع × ٤
تذكر : مساحة سطح المربع	طول الضلع × نفسه

مثال :

مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كان محيطه ٧٠ سم فأوجد بعدي المستطيل

الحل

نفرض أن عرض المستطيل = س ∴ طوله = س + ٥

∴ محيط المستطيل = ٢ × (الطول + العرض) = ٧٠

∴ ٧٠ = (س + ٥ + س) × ٢ ∴ ٧٠ = (٥ + س) × ٢ ∴

∴ ٧٠ = ١٠ + ٢س ∴ ٦٠ = ٢س ∴ ٣٠ = س

ومنها : س = ١٥ ∴ العرض = ١٥ سم

∴ الطول = ١٥ + ٥ = ٢٠ سم

مثال :

زاويتان متكاملتان إحداهما ثلاثة أمثال الأخرى أوجد قياس كل منهما

الحل

نفرض أن قياس الزاوية الصغرى = س

∴ الزاويتان متكاملتان ∴ المجموع = ٣س + س = ١٨٠

∴ ١٨٠ = ٤س ∴ س = ٤٥ ∴ قياس الزاوية الصغرى = ٤٥

∴ قياس الزاوية الكبرى = ٣ × ٤٥ = ١٣٥

تدريب :

عددان طبيعيان أحدهما ثلاثة أمثال الآخر فإذا كان مجموعهما ١٦ فأوجد العددين

الحل

نفرض أن : أحد العددين = س

∴ مجموع العددين = ١٦ ∴ ١٦ = س + ٣س ∴ ١٦ = ٤س ∴ س = ٤

∴ س = ٤ ∴ العدد الآخر = ١٢

∴ أحد العددين هو ٤ ∴ العدد الآخر = ١٢

تدريب :

عمر رجل الآن يزيد عن عمر أبنه بمقدار ٣٢ سنة ، وبعد ١٠ سنوات يصبح عمر الرجل ثلاثة

أمثال عمر أبنه أوجد كل منهما الآن

الحل

نفرض أن : عمر الأب الآن = س سنة ∴ عمر الرجل الآن = ٣س سنة

∴ بعد ١٠ سنوات : يصبح عمر الأب = س + ١٠ سنة ، عمر الرجل = ٣س + ١٠ سنة

∴ بعد ١٠ سنوات يصبح عمر الرجل ثلاثة أمثال الأب ∴ ٣(س + ١٠) = ٣س + ١٠ + ٣س

∴ ٣س + ٣٠ = ٦س + ١٠ ∴ ٢٠ = ٣س ∴ س = ٦٠ ∴ عمر الأب = ٦٠ سنة

∴ ٣س - س = ٢س = ٢٠ ∴ س = ١٠ ∴ عمر الرجل = ٣٠ سنة

∴ عمر الأب = ٦٠ سنة ∴ عمر الرجل = ٣٠ سنة

تمارين

- ١ - عدد إذا أضيف إلى مربعه ٦ كان الناتج مساوياً ١٤ فما هو هذا العدد ؟
- ٢ - عدنان طبيعيان أحدهما ضعف الآخر فإذا كان مجموعهما ١٠٨ فأوجد العددين
- ٣ - عدنان طبيعيان متتاليان مجموعهما ١٩ أوجد العددين
- ٤ - ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعهم ١٢ أوجد الأعداد
- ٥ - عدنان زوجيان متتاليان مجموعهما ١٤ أوجد العددين
- ٦ - ثلاثة أعداد فردية متتالية مجموعهم ٢٧ أوجد هذه الأعداد
- ٧ - مستطيل طوله (٢ س + ٧) سم ، عرضه (س + ٥) سم فإذا كان محيطه ٥٤ سم أوجد بعديه
- ٨ - مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم ، ومحيطه ٤٦ سم أوجد بعديه
- ٩ - إذا كان طول ضلع مربع يساوي طول ضلع مثلث متساوي الأضلاع وكان مجموع محيطيهما ٢٨ سم أوجد طول ضلع كل منهما
- ١٠ - عمر أب يزيد عن ثلاثة أمثال عمر ابنه بمقدار ٥ سنوات فإذا كان الفرق بين عمريهما ٢٥ سنة أوجد عمر كل منهما
- ١١ - رجل عمره الآن ثلاثة أمثال عمر ابنه وبعد سنتين يصبح مجموع عمريهما ٥٢ سنة أوجد عمر كل منهما
- ١٢ - عدد مكون من ثلاثة أرقام مجموعها ١٧ ، رقم آحاده ضعف رقم عشراته ، رقم المئات ينقص عن ثلاثة أمثال رقم العشرات بمقدار ١ أوجد هذا العدد
- ١٣ - إذا كان ثمن متر الصوف يزيد جنيهين عن ثمن متر الحرير وكان ثمن ٤ أمتار من الصوف ٣ ، أمتار من الحرير يساوي ٦٧٣ جنيهاً أوجد ثمن المتر من كل من الصوف والحرير
- ١٤ - إذا كانت قياسات زوايا مثلث هي : س ، ٣ س ، ٨ س أوجد قياس كل زاوية منها بالدرجات
- ١٥ - زاويتان متتامتان قياسهما ٢ س ، (٢ س - ١٨) أوجد قياس كل منهما بالدرجات
- ١٦ - عدنان نسبيان أكبرهما س + ٢ ومجموعهما ١٥ أوجد العددين
- ١٧ - مستطيل محيطه ٥٠ سم ، النسبة بين بعديه ٢ : ٣ أوجد مساحة المستطيل

المتباينات

في العلاقة الخطية : $ص = ٢س + ١$

إذا كانت $ص = ٧$ ، $س = ١$ نجد أن : $٧ > ١ + ١ \times ٢$

إذا كانت $ص = ٧$ ، $س = ٤$ نجد أن : $٧ < ١ + ٤ \times ٢$

الجملة الرياضية : $٧ > ١ + ١ \times ٢$ و الجملة الرياضية : $٧ < ١ + ٤ \times ٢$

تسمى متباينة من الدرجة الأولى في مجهول واحد هو س

المتباينة : هي الجملة الرياضية التي تحتوى على متغير (أو أكثر) وتتضمن علاقة :

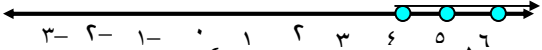
$<$ أو $>$ أو \leq أو \geq

مجموعة حل المتباينة :

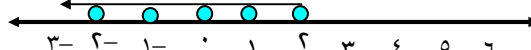
هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى مجموعة التعويض و التي تحقق كل منها المتباينة

فمثلاً :

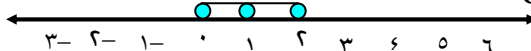
** $س < ٣$ ، $س \in ٣$ فإن مجموعة الحل = $\{٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩، ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ١٠٠\}$



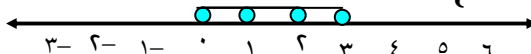
** $س > ٣$ ، $س \in ٣$ فإن مجموعة الحل = $\{٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩، ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ١٠٠\}$



** $س > ٣$ ، $س \in ٣$ فإن مجموعة الحل = $\{٠، ١، ٢\}$

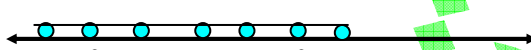


** $س \geq ٣$ ، $س \in ٣$ فإن مجموعة الحل = $\{٠، ١، ٢، ٣\}$



** $٣ \leq س < ٤$ ، $س \in ٣$

فإن مجموعة الحل = $\{٣، ٢، ١، ٠، ١-، ٢-، ٣-\}$



ملاحظة : في المتباينة السابقة إذا كانت : $س \in ٥$

فإن مجموعة الحل = $\{س : س \in ٥، ٣ \leq س < ٤\}$

خواص علاقة التباين : إذا كان س ، ص ، ع أعداداً نسبية :

** إذا كان $س > ع$ فإن : $س + ص > ع + ص$

إضافة (طرح) عدد نسبي إلى طرفي المتباينة لا يؤثر على علاقة التباين

فمثلاً : إذا كان $س < ٣$ فإن : $س < ٧$ (بإضافة ٤ للطرفين)

؛ إذا كان $س < ٣$ فإن : $س < ١-$ (بطرح ٤ من الطرفين)

** إذا كان $س > ع$ ؛ $ص < صفر$ فإن : $س ص > ع ص$

ضرب (قسمة) طرفي المتباينة في عدد نسبي موجب لا يؤثر على علاقة التباين

فمثلاً : إذا كان : $س > ٥$ فإن : $٣ س > ١٥$ (بضرب الطرفين في ٣)

؛ إذا كان : $٣ س > ٩$ فإن : $س > ٣$ (بقسمة الطرفين على ٣)

** إذا كان $س > ع$ ؛ $ص > صفر$ فإن : $س ص < ع ص$

ضرب (قسمة) طرفي المتباينة في عدد نسبي سالب يغير اتجاه علاقة التباين

فمثلاً : إذا كان : $س > ٥$ فإن : $٣ س < ١٥$ (بضرب الطرفين في -٣)

؛ إذا كان : $٣ س > ٩$ فإن : $٣ س < ٩$ (بقسمة الطرفين على -٣)

تذكر أن :

- مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
 مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
 مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة $\mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$
 مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة $\mathbb{N}^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$
 مجموعة الأعداد الصحيحة غير الموجبة $\mathbb{Z}^{\leq 0} = \{\dots, -3, -2, -1, 0\}$
 مجموعة الأعداد الصحيحة غير السالبة $\mathbb{Z}^{\geq 0} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
 الصفر ليس موجباً وليس سالباً

تدريب :

أوجد مجموعة حل المتباينة : $s + 3 > 5$ إذا كانت مجموعة التعويض هي :
 $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد

الحلنعوض عن قيمة s بكل عنصر من عناصر مجموعة التعويض

$$\text{عند } s = -2 \quad \text{الطرف الأيمن} = -2 + 3 = 1$$

$$1 > 5 \quad \therefore \text{حل للمتباينة}$$

$$\text{عند } s = -1 \quad \text{الطرف الأيمن} = -1 + 3 = 2$$

$$2 > 5 \quad \therefore \text{المتباينة}$$

$$\text{عند } s = 0 \quad \text{الطرف الأيمن} = 0 + 3 = 3$$

$$3 > 5 \quad \therefore \text{المتباينة}$$

$$\text{عند } s = 1 \quad \text{الطرف الأيمن} = 1 + 3 = 4$$

$$4 > 5 \quad \therefore \text{المتباينة}$$

$$\text{عند } s = 2 \quad \text{الطرف الأيمن} = 2 + 3 = 5$$

$$5 > 5 \quad \therefore \text{المتباينة}$$

$$\text{عند } s = 3 \quad \text{الطرف الأيمن} = 3 + 3 = 6$$

$$6 > 5 \quad \therefore \text{المتباينة}$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{2, 3\}$$

تدريب :

أوجد مجموعة حل المتباينة : $s + 3 \geq 7$ حيث : $s \in \mathbb{N}$ ، $s \in \mathbb{Z}^+$
 ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد ثم أوجد مجموعة الحل عندما $s \in \mathbb{Z}$

الحل

$$\therefore s + 3 \geq 7 \quad \text{بإضافة } 0 \text{ للطرفين}$$

$$\therefore s + 3 + 0 \geq 7 + 0 \quad \therefore s \geq 4$$

$$\text{عندما } s \in \mathbb{N} \quad \text{مجموعة الحل} = \{4, 5, 6, \dots\}$$

$$\text{عندما } s \in \mathbb{Z}^+ \quad \text{مجموعة الحل} = \{4, 5, 6, \dots\}$$

$$\text{عندما } s \in \mathbb{Z} \quad \text{مجموعة الحل} = \{4, 5, 6, \dots\}$$

$$\text{عندما } s \in \mathbb{Z} \quad \text{مجموعة الحل} = \{4, 5, 6, \dots\}$$

تمارين

- ١ - أكمل ما يأتي :
- (١) مجموعة حل المتباينة : $س < ٣$ في ٥ هي
 (٢) مجموعة حل المتباينة : $س \geq ١$ في $ط$ هي
 (٣) مجموعة حل المتباينتين : $س > ١$ ، $س \geq ٥$ معاً في $ص$ هي
 (٤) إذا كان : $٣ > ٣$ ، $ب > ٣$ ، $س = ٣$ فإن : $٣ > ٣$ ، $ب > ٣$ ، $س = ٣$
 (٥) إذا كان : $س < ١$ فإن : $س < ١$
 (٦) إذا كان : $ب > ٣$ ، فإن : $٣ - ٣$ ، $٣ - ٣$
 (٧) إذا كان : $س < ٢$ فإن : $س + ٣ < ٣$
 (٨) إذا كان : $س > ٥$ فإن :
 (٩) إذا كان : $س > ٢$ ، $س \geq ٥$ فإن : مجموعة الحل =
- ٢ - أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية في $ط$ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد :
- (١) $س + ١ > ٥$ (٢) $س - ٤ \geq ٣$
 (٣) $س > ١٥$ (٤) $س + ٣ < ٥$
 (٥) $س - ٢ \leq ١٣$ (٦) $س + ٤ > ١٧$
- ٣ - أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية في $ص$ ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد :
- (١) $س + ٦ > ٤$ (٢) $س - ٣ < ٨$
 (٣) $س - ٦ \leq ٣$ (٤) $س - ١ \leq ٢$
 (٥) $٣ (س - ٦) \geq ٣$ (٦) $٣ (س - ٢) + ٧ (س - ١) > ١٧$
- ٤ - أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية في ٥ :
- (١) $س + ٨ > ٥$ (٢) $س - ٣ < ٥$
 (٣) $س - ٧ \leq ٢$ (٤) $س - ١ \leq ٥$
 (٥) $٣ (س - ٦) \geq ٣$ (٦) $٤ - ٥ (س - ٢) > ٢ - ٩ (س - ٢)$
- ٥ - أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية في ٥ :
- (١) $س > ١$ ، $س + ٢ > ٥$ (٢) $س \geq ٢$ ، $س - ٤ \geq ١$
 (٣) $س > ٢$ ، $س + ٢ > ٨$ (٤) $س > ٣$ ، $س - ١ \geq ٧$
 (٥) $س - ٢ > ٤$ ، $س - ٣ \geq ٧$ (٦) $س > ٢$ ، $س + ١ > ٢$
- ٦ - أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينتين الآتيتين معاً في $ص$:
- $س - ٣ \geq ١$ ، $س - ٢ > ٧$

الإحصاء العينات

مفهوم العينة :

العينة هي : جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله وتختار بطريقة عشوائية وتستخدم لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع محل الدراسة والتي تكون أقرب للواقع ويمكن إتخاذ القرارات فى ضوء نتائج دراسة هذه العينات و من ثم تعميمها على المجتمع بأكمله

المجتمع : هو عناصر البحث " أشخاص ، منتج معين ، برامج إعلامية ، صحف ٠٠٠٠ إلخ "

أهمية العينة :

للعينة أهمية كبيرة فى الدراسات والبحوث العلمية والإجتماعية وتستخدم العينات لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع والتي تكون أقرب للواقع ويمكن إتخاذ قرارات فى ضوءها وتعميمها على المجتمع

مميزات العينة : ١ - توفير الوقت ٢ - توفير المال ٣ - توفير الجهد

أنواع العينات : يوجد عدة أنواع من العينات منها:
العينة المنتظمة :

هى العينة التى تتبع نظاماً أو نسقاً معيناً عند إختيارها من مجتمعاً ما و لابد أن يكون المجتمع موزعاً توزيعاً عشوائياً أى أنه لا يكون مقسماً إلى فئات أو مجموعات بعينها وأن تمثل (١٠ ٪) من المجتمع الذى تختار منه العينة

فمثلاً : إذا كان عدد طلاب مدرسة ٣٠٠ طالب فيتم إختيار ١٠ ٪ من العدد الإجمالى للطلاب وهم ٣٠ طالب وأن يتم إختيارهم من جميع فصول المدرسة دون إستثناء على أن يكون طلاب المدرسة موزعين توزيعاً عشوائياً ثم نختار بطريقة منتظمة كل عاشر طالب فيهم
العينة العشوائية :

هى العينة التى يتم إختيارها عشوائياً أى بون دون قصد أو تعمد من مجتمع يكون لكل فرد فيه نفس فرصة الإختيار ويتم الإختيار بعدة طرق منها :

يدوياً :

وتتم كالاتى :

- ١ - يعطى كل فرد فى مجتمع الدراسة رقم فى قصاصة ورق وتكون جميع القصاصات متماثلة من حيث اللون والمقاس
- ٢ - تطبق كل قصاصة بطريق متماثلة وتوضع فى إناء وتخلط جيداً
- ٣ - يتم إختيار العينة بإختيار ورقة تلو الأخرى وفى كل مرة تخط الأوراق جيداً حتى الإنتهاء من إختيار العدد المطلوب للعينة

آلياً :

**** استخدام الرقم العشوائى بالآلة الحاسبة :**

ويتم ذلك بالضغط على المفاتيح التالية بالترتيب

Shift Ran # =

فيظهر فى كل مرة رقم عشوائى بين صفر ، ٠.٩٩٩ ، نأخذ الأرقام ونتجاهل العلامة العشرية ، وتستبعد الأرقام الأكبر من مجتمع الدراسة والأرقام المختارة من قبل

مثال :

إذا كان عدد عناصر المجتمع ٢٥٧ مثلاً ، يعطى كل عنصر رقم من ١ إلى ٢٥٧
يتم إختيار ١٠ ٪ من العينات أى ٢٦ ثم نستخدم الحاسبة كالاتى :

أضغظ Shift ثم Ran # ثم = يظهر رقم عشرى مثل ٠.٠٣٨

نأخذ الرقم بعد تجاهل العلامة العشرية فيكون ٣٨
نختار الرقم ٣٨ كأحد عناصر العينة العشوائية
نكرر هذه الخطوات لإختيار ٢٦ عنصراً

فى حالة ظهور رقم أكبر من ٢٥٧ " عدد عناصر المجموعة " يتم إستبعاده و إعادة المحاولة
** استخدام برنامج " Excel " بالحاسب الآلى عن طريق الدالة العشوائية :

- ١ - أضغظ "إبدأ" Start ثم برامج Allprograms ثم إختار Microsoft Excel
- ٢ - إختار الخلية A١ أكتب ١ ثم أضغظ إدخال " Enter " ثم أكتب ٢
- ٣ - أضغظ " Control " وحرك المؤشر عند المربع الصغير أسفل يمين ركن الخلية A٢ إسحب ببطء لأسفل لتصل إلى الرقم المطلوب (إجمالى العينة مثلاً ٣٠٠) ثم أرفع يدك
- ٤ - إختار بالترتيب أدوات " Tools " وظائف إضافية " Add ins " ضع علامة Y أمام Analysis Toolpak ثم موافق ok ثم أختار أدوات Tools ثم Data analysis ثم Sampling ثم موافق ok
- ٥ - أدخل المدى Input Range وأكتب \$A\$١:\$A\$٣٠٠ ثم موافق ok
- ٦ - أضغظ Random عدد العينات ٣٠ ثم موافق ok
- ٧ - أضغظ Output Range وأكتب \$C\$١ ثم موافق ok تظهر فى العمود c الأعداد (٣٠ عدد) العشوائية المطلوبة dam عدد العينات ٣٠ ثم موافق ok

تدريبات :

(١) أكمل ما يأتى :

- ١ - حجم العينة المنتظمة يمثل ٠.٠٠٠٠ ٪ من مجتمع البحث
- ٢ - إذا كان الرقم العشرى الظاهر على الشاشة هو ٠.١٣٤ فإن رقم العنصر هو ٠.٠٠٠٠
- ٣ - إذا كان عدد عناصر المجتمع ٤٩٨ عنصر فإن حجم العينة = ٠.٠٠٠٠ عنصر
- ٤ - يتم إستخدام الحاسبة إختيار أرقام العينة العشوائية بالضغظ على ٠.٠٠٠٠

الإحتمال

الإحتمال :

هو التنبؤ بما يمكن أن يحدث فى المستقبل إستناداً على الخبرات السابقة أو الدراسات والملاحظات
الإحتمال التجريبي : هو الإحتمال الناتج عن إجراء تجربة ما عملياً
مثل : رمى قطعة نقود أو رمى حجر نرد أو دوران مؤشر لعبة الدوارة

$$\text{الإحتمال التجريبي} = \frac{\text{عدد النواتج التى حصلت عليها}}{\text{عدد النواتج الممكنة}}$$

ملاحظات : ** تسمى نتائج التجربة أحداثاً أو نواتج
 ** كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما حصلنا على قيمة أدق للإحتمال

تدريبات :

المجموع	كتابة	صورة	العلامة الإحصائية
٤٠			التكرار

- (١) تجربة إلقاء قطعة نقود
 ١ - ألق قطعة نقود ٤٠ مرة
 ٢ - سجل النواتج فى الجدول
 ٣ - أحسب :
 إحتمال ظهور الصورة =
 إحتمال ظهور الكتابة =

المجموع	٦	٥	٤	٣	٢	١	العلامة الإحصائية
٦٠							التكرار

- (٢) تجربة إلقاء حجر نرد منتظم
 ١ - ألق حجر نرد منتظم ٥٠ مرة
 ٢ - سجل النواتج التى تظهر على الوجه العلوى فى الجدول
 ٣ - أحسب :
 إحتمال ظهور رقم ٤ =
 إحتمال ظهور رقم ٣ =

- (٣) فى تجربة إلقاء قطعة نقود ٤٠٠ مرة سجلت نتائج ظهور الصورة ١٩٦ مرة أحسب
 إحتمال ظهور الصورة ، إحتمال ظهور الكتابة
 عدد مرات ظهور الصورة = ١٩٦ مرة
 إحتمال ظهور الصورة = = =
 عدد مرات ظهور الكتابة = ٤٠٠ - = مرة
 إحتمال ظهور الكتابة = = =

الإحتمال النظري :

الإحتمال النظري والتجريبي مرتبطان ببعضهما فكلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما تقاربت نتائج الإحتمال التجريبي من قيمة الإحتمال النظري
ويستخدم الإحتمال النظري عندما تكون لجميع النواتج نفس الفرصة للظهور
أي أن الإحتمال النظري يقوم على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانيات

فمثلاً عند :

إلقاء قطعة نقود منتظمة وملاحظة الوجه الظاهر تكون فرصة ظهور الصورة (ص) مساوية لظهور فرصة ظهور الكتابة (ل) أي أن مجموعة جميع النواتج هي : { صورة ، كتابة } وتسمى هذه المجموعة فضاء العينة

فضاء العينة :

هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية وعدد عناصرها ن (ف)

الحدث :

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة

فإذا كان : M حدث في F فإن : $M \subset F$

وعدد عناصره " $n(M)$ " وهو عدد فرص وقوع الحدث M

ويكون : إحتمال وقوع أى حدث $M \subset F$ ويرمز له بالرمز $P(M)$

فمثلاً : إذا كان M هو حدث ظهور رقم زوجي عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الرقم

الظاهر على الوجه العلوي فإن : $M = \{ 2, 4, 6 \}$

لاحظ أن : $M \subset F = \{ 2, 4, 6 \} \subset F$

ويرمز إحتمال وقوع الحدث M بالرمز : $P(M)$

حساب إحتمال وقوع أى حدث M حيث $M \subset F$:

$$P(M) = \frac{\text{عدد عناصر الحدث } M}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$$

$$\text{أي أن : } P(M) = \frac{n(M)}{n(F)}$$

لاحظ أن : $0 \leq P(M) \leq 1$

* الحدث المستحيل : هو الحدث الذي ليس له أى فرصة للوقوع

أي أن : إحتمال الحدث المستحيل = صفر

* الحدث المؤكد : هو الحدث الذي له كل النواتج الممكنة

أي أن : إحتمال الحدث المؤكد = 1

تدريبات :

(1) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر على الوجه العلوي

أوجد إحتمال ظهور الأحداث الآتية :

(م) العدد 3 (ب) عدد زوجي

(ح) عدد أولى فردي (ع) عدد أقل من أو يساوى 2

(هـ) عدد أكبر من 6 (و) عدد s حيث : $1 \leq s \leq 6$

الحل

- (١) إحتمال ظهور العدد ٣ هو $p = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $\therefore L(p) = \frac{n(p)}{n(f)} = \dots = \dots$
- (٢) إحتمال ظهور عدد زوجي هو $b = \{\dots, \dots, \dots, \dots\}$
 $\therefore L(b) = \dots = \dots = \dots$
- (٣) إحتمال ظهور عدد فردي أولى هو $c = \{\dots\}$
 $\therefore L(c) = \dots = \dots = \dots$
- (٤) إحتمال ظهور عدد أقل من أو يساوي ٢ هو $e = \{\dots\}$
 $\therefore L(e) = \dots = \dots = \dots$
- (٥) إحتمال ظهور عدد أكبر من ٦ هو $h = \{\dots\}$
 $\therefore L(h) = \dots = \dots = \dots$
- (٦) إحتمال ظهور عدد s حيث: $1 \leq s \leq 6$ هو $w = \{\dots\}$
 $\therefore L(w) = \dots = \dots = \dots$

تدريب (٢): مجموعة مكونة من ١٠٠ طالب نجح منهم ٦٠ طالب في الرياضيات ، ٥٥ طالب في العلوم

، ٤٠ طالب في الرياضيات والعلوم معاً فإذا أختير طالب عشوائياً أوجد إحتمال :

$p =$ حدث أن يكون الطالب المختار ناجحاً في الرياضيات

$b =$ حدث أن يكون الطالب المختار ناجحاً في العلوم

$c =$ حدث أن يكون الطالب المختار راسباً في الرياضيات والعلوم معاً

الحل

$$\therefore L(p) = \dots = \dots = \dots = (p) \dots$$

$$\therefore L(b) = \dots = \dots = \dots = (p) \dots$$

$$\therefore L(b) = \dots = \dots = \dots = (p) \dots$$

$$\therefore L(b) = \dots = \dots = \dots = (p) \dots$$

$$\therefore L(c) = \dots = 100 - 40 = \dots = (c) \dots$$

$$\therefore L(c) = \dots = \dots = \dots = (c) \dots$$

(٣) في لعبة الدوارة إذا كان القرص مقسم إلى ٨ قطاعات دائرية متساوية المساحة ملونة كما

بالشكل فإذا دار المؤشر ما إحتمال وقوفه في قطاع :

(٢) أحمر (ب) ليس أحمر (ج) أزرق

الحل

$$\therefore L(f) = \dots = \dots = \dots = \dots = \text{عدد القطاعات الحمراء}$$

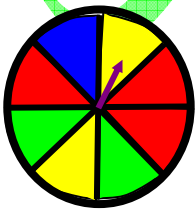
$$\therefore \text{إحتمال وقوف المؤشر في قطاع أحمر} = \dots = \dots$$

$$\therefore \text{عدد القطاعات غير الحمراء} = \dots = \dots$$

$$\therefore \text{إحتمال وقوف المؤشر في قطاع ليس أحمر} = \dots = \dots$$

$$\therefore \text{عدد القطاعات الزرقاء} = \dots = \dots$$

$$\therefore \text{إحتمال وقوف المؤشر في قطاع أزرق} = \dots = \dots$$



تمارين

- (١) صندوق به ٥ كرات بيضاء ، ٣ كرات حمراء ، ٧ كرات سوداء كلها متماثلة إلا من حيث اللون فإذا سحبت كرة واحدة عشوائياً فأوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :
- (٢) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة أوجد احتمال الحصول على :
- (٣) مجموعة متماثلة من البطاقات على كل واحدة حرف من حروف كلمة " الرياضيات " فإذا سحبت بطاقة واحدة عشوائياً فما احتمال أن يكون مكتوباً عليها حرف
- (٤) في زيارة لأحد بيوت الشباب وجد به ٣٦ شاباً من عدة محافظات منهم ١٠ من أسوان ، ١٢ من السويس ، ١٤ من القاهرة ، ٤ من البحيرة فإذا أختير عشوائياً شاب واحد فما احتمال أن يكون الشاب المختار :
- (٥) من مجموعة الأرقام { ٢ ، ٣ ، ٥ } كون عدداً مكون من رقمين مختلفين ثم أوجد :
- (٦) فصل دراسي به ٤٠ طالب نجح منهم ٣٠ طالب في الرياضيات ، ٢٤ طالب في العلوم ، ٢٠ طالب في المادتين فإذا أختير طالب عشوائياً فأوجد احتمال أن يكون الطالب المختار
- (٧) إذا كان أحد الأندية يلعب ٣٠ مباراة في إحدى المسابقات المحلية وكان احتمال فوزه في هذه المباريات ٠.٤ ، و احتمال تعادله ٠.٣ فأوجد عدد المباريات التي يتوقع أن :
- (٨) في دراسة لمعرفة عدد ساعات العمل التي يفضلها ٥٠٠ عامل في أحد المصانع كانت النتائج بالجدول التالي :

عدد ساعات العمل	٥	٦	٧	٨	٩	المجموع
عدد العمال	٧٠	٢٥٠	١٢٠	٣٧	٢٣	٥٠٠

- فإذا أختير أحد العمال عشوائياً فما احتمال أن يكون مفضلاً العمل :
- (٢) ٥ ساعات يومياً (ب) أكثر من ٧ ساعات يومياً
- (٤) أقل من ٨ ساعات يومياً (ع) من ٦ ساعات إلى ٨ ساعات يومياً

- (٩) صندوق به كرات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ١٦ سحبت كرة عشوائياً فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة تحمل:
- (أ) عدد يقبل القسمة على ٦
 (ب) عدد أولي
 (ج) عدد لا يقبل القسمة على ٢

(١٠) فى لعبة الدوارة إذا كان الفرص مقسم إلى عدد من القطاعات المتساوية وكان لون إثنين منهم أخضر ، و أربعة آخرين لونهم أزرق ، و الباقي لونه أحمر فإذا كان احتمال وقوف المؤشر عند اللون الأخضر هو $\frac{1}{4}$ أوجد عدد القطاعات الحمراء

(١١) لاعبان فى فريق لكرة القدم و فى أثناء التدريب سدد أحدهما ٢١ ركلة جزاء فأحرز منها ١٨ هدفاً ، و سدد الآخر ٣٢ ركلة جزاء فأحرز منها ٢٥ هدفاً من منهما تختاره لتسديد ضربة الجزاء أثناء المباراة ؟ و لماذا ؟

(١٢) سحبت بطاقة من مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ فإذا كان احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها رقم أكبر من ٨ هو $\frac{1}{3}$ أوجد قيمة ١٠

(١٣) إذا كان احتمال نجاح طالب فى إمتحان هو ٠.٨٧ فما احتمال رسوبه

(١٤) فصل دراسى فيه نسبة عدد البنين إلى عدد البنات كنسبة ٣ : ٤ فإذا أختير طالب عشوائياً من هذا الفصل فما احتمال أن يكون الطالب المختار :

(أ) ولد ، (ب) بنت

(١٥) اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

١ - أى مما يلى يمكن أن يكون احتمال وقوع أحد الأحداث :

(١.٣ ؛ ٠.٤ - ؛ ٠.٤ ؛ ٠.٣١٥ ؛ ٠.٧٥)

٢ - فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم احتمال ظهور عدد أكبر من ٤ = ٠.٠٠٠

($\frac{1}{6}$ ؛ $\frac{1}{3}$ ؛ $\frac{1}{5}$ ؛ $\frac{1}{4}$)

٣ - إذا كان احتمال وقوع حدث ما هو ٠.٧ فإن احتمال عدم وقوعه = ٠.٠٠٠

(- ٠.٧ ؛ ٠.٤ - ؛ ٠.٤ ؛ ٠.٣١٥ ؛ ٠.٧)

٤ - إذا ألقيت قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة = ٠.٠٠٠

($\frac{1}{3}$ ؛ $\frac{1}{4}$ ؛ $\frac{1}{5}$ ؛ $\frac{3}{4}$ ؛ ١)

٥ - أختير عشوائياً حرف من حروف كلمة مدرسة فاحتمال أن يكون الحرف هو س = ٠.٠٠٠

($\frac{1}{5}$ ؛ $\frac{2}{5}$ ؛ $\frac{3}{5}$ ؛ $\frac{4}{5}$)

٦ - احتمال الحدث المستحيل = ٠.٠٠٠

(صفر ؛ - ٠.١ ؛ ١ ؛ \emptyset)